John-Tagore Tevet

SERR'i lugu
1999 - 2012

S.E.R.R. on lühend mittetulundusühingu Struktuurisemiootika Edendamise ja Rakenduse Rühma nimest. Teavik annab ülevaate selle moodustamise eelloost ja tegevusest aastatel 1999 kuni 2012. Struktuurisemiootika on uurimisvaldkond graafiteooria ja semiootika piirimail mida võib iseloomustada kui graafide semiootilist modelleerimist.

Sisukord

Sissejuhatus 2
Seminarid 5
Meenutuskilde 7
SERR'ieelseid kilde 7
SERR'i moodustamine 11
Piiritletud suundumusel 16
Koostöö laienemine 20
Otste kokkutõmbamine 30
Seletav lühisõnastik 31
Diskussioon 34
Publikatsioonid 40
Lõpetuseks 43

Sissejuhatus

Struktuurisemiootilise tegevuse juured ulatuvad möödunud sajandi kaheksakümnendatel aktuaalseks muutunud *süsteemsesse lähenemisse*, kus sel alal ilmus küllaldaselt asjalikke kirjutisi. Tollal huvitas süsteemse lähenemise tunnetuslik aspekt, kus väideti, et süsteemi kvalitatiivse spetsiifika kajastajaks on selle *struktuur,* mis on kujutav *graafi* näol. Nii süsteem, struktuur kui ka graaf koosnevad elementidest ning nendevahelistest seostest. Tavapäraselt defineeritakse struktuuri kui „süsteemi elementide *organiseerituse vormi,* mis avaldub nende püsivate vastastikuste seoste näol". Süsteemiteoreetikutelt on pärit ka väide, et *struktuur on süsteemi abstraktsioon*, kus süsteemi elemendid on abstraheeritud oma empiirilistest omadustest kuid on eristatavad erinevate *positsioonide* näol struktuuris.

Need tõdemused ajendasid kätte võtma graafiteoreetiku Frank Harary tollal vastilmunud monograafia, kus pakkusid erilist huvi kõikide 6-tipuliste graafide diagrammid. Torkas silma nende süstematiseerimata esitus. Valentsusjaotusvektori rakendamisega õnnestus diagrammid teatud määral korrastada. Tuli hakata otsima struktuuri spetsiifilisi *tunnuseid* ja nende alusel struktuuri *kirjeldamise* võimalusi. See viis *semiootika* elementide kasutamise mõttele. Aja jooksul koorusid välja tõdemused, et: a) *isomorfsed graafid*, ja ainult need, omavad *ühesugust struktuuri*; b) süsteemiteoreetikute *positsioon* vastab graafiteoorias teada olevale *orbiidi* mõistele; c) positsioon ehk orbiit kujutab endast elementide (sh tippude ja/või tipupaaride) *ekvivalentsusklassi*; d) graafi struktuur on tuvastatav tipupaaride süvaidentifitseerimise teel saadava *mudeli* alusel.

Graafi struktuuri tuvastamiseks sai kasutatud teatud *invariantseid tunnuseid ehk märke.* Märgisüsteem ja selle ohjamine ongi semiootika. Struktuursete tunnustega (märkidega) manipuleerimine sai nimetatud *struktuurisemiootikaks.* Tegemist on muidugi sünteesitud terminiga. Siin võib öelda, et mõnede autoriteetsete teatmeteoste järgi on semiootika meditsiini, teiste järgi arvutiteaduse ja informaatika termin, kolmandate järgi omaette nähtus.

Graafi struktuuri tuvastamine hõlmab nii *orbiitide* kui ka teiste struktuursete omaduste tuvastamist, kuid ei piirdu nendega. Esile kerkisid *struktuursete omaduste vaheliste seoste, struktuursete elementaarmuutuste ja graafide süsteemi* probleemid.

Kuna tegemist on ebatavalise lähenemisega graafidele sai aastatel 1973 kuni 1990 käidud mitmesugustel, Kiievi küberneetikainstituudi jt poolt korraldatud seminaridel ja konverentsidel kuulamas ja esinemas. Õnnestus lähemalt kontakteeruda tuntud graafiteoreetikutega nii tollasest N. Liidust ja väljapoolt. Nii mõnelegi spetsialistile oli võõrastav semiootika elementide kasutamine graafide puhul ning see jäi neile arusaamatuks. Nö pärissemiootikutega sisulise kontakti leidmine aga ei õnnestunudki, nad ei tundnud vähimatki huvi graafide vastu. See aga ei häirinud probleemiga edasi liikumist ning esimene variant sai 1990 aastal kokku kirjutatud. Ühtteist sellest õnnestus ka, tolleaegse töökoha spetsiifikale vastavalt, ökoloogilistes uuringutes rakendada.

Elevust tekitas graafiteooria *grand old man* Frank Harary maaletoomine 1989. aastal. Sel puhul korraldatud üritusele oli Tallinna Botaanikaaeda kokku kutsutud graafiteoreetikud Tartu, Minski, Kaunase, Riia jt ülikoolidest. Eesti Esimene Graafide ja Rakenduste konverents toimus 1991. aastal Käärikul ja oli pühendatud 70. sünniaastapäevale. Tema viimane visiit Eestisse sai korraldatud 1993. aastal.

Alates 1993. aastast, juba vabakutselise isehakanud struktuurisemiootikuna oli mul võimalik sellele teemale rohkem pühenduda. Tolle aja lähim koostööpartner oli TTÜ informaatikadoktorant Valdo Praust, kes esimese struktuurituvastuse algoritmi arvutile realiseeris, mis on kasutusel tänapäevani.

Kuna struktuuri omavad (st. on graafi kujul esitatavad) kõik *koosluse tüüpi objektid*, siis on struktuur *interdistsiplinaarne* subjekt. Struktuurset *analüüsi* sai rakendanud bioloogiliste, ökoloogiliste ja ka taieslike objektide uurimisel. 1999. aasta kevadeks oli niisugust „strukturoloogilist" materjali kuhjunud paras jagu kuid publitseeritud oli vaid üks teavik ja paar artiklit. Tekkis vajadus arutada struktuuri, kui interdistsiplinaarse subjekti probleeme laiemas ringis seminaride vormis.

Nende seminaride raames püüti korrastada, kirjeldada (formuleerida), formaliseerida ja lahendada struktuursusega seotud probleeme. Struktuuriprobleemide interdistsiplinaarsust iseloomustab ka seminaride initsiatiivgrupp koosseisus *informaatik* Leo Võhandu, *ökoloog* Jüri Martin, *matemaatik* Ants Tauts, *isehakanud struktuurisemiootik* John-Tagore Tevet, *vabakutseline* Ilja Sundelevitš ja *tekstiilikunstnik* Helen Kauksi. Esimene, ülevaatlikult kõikehõlmav seminar toimus 1999. a. aprillis Euroülikooli auditooriumis. Rida esimesi seminare olid pühendatud *kunstiteose*, kui komponeeritud koosluse struktuursele analüüsile. Ka SERRi esimene teavik sisaldas peale nö kõikehõlmavuse ka taieste struktuurse analüüsi tööhüpoteese ja näited. Oma arusaama selles küsimuses on esitanud kunstispetsialistid Tõnis Vint jt. See haakus hästi Leo Võhandu *interstandingu* printsiibiga.

1999. aasta kevadel tekkis mõte ametlikult fikseerida meie struktuuriuuringute alane tegevus. Sai koostatud SERRi põhikiri ning allkirjastati asutamisprotokoll. Registrisse kanti SERR augustis 1999.

Taotleti ka SERRi projekte rahastamist, kuid see ei õnnestunud. 2000. aasta augustis sai Leo Võhandu initsiatiivil taieste struktuurse analüüsi teema esitatud Rootsi Kuningliku Tehnoloogiainstituudi baasil toimunud loomingulise meedia (creative media) alasel workshop'il. Kuna struktuuri „tajumise" küsimus on väga oluline otsustati korraldada vastav seminar. Talis Bachmanni ettekandest koorus välja, et struktuursusel ja tema poolt uuritud nägemismeelel midagi ühist ei ole – kõik taandub igihaljale isomorfismiprobleemile. Üks ja seesama struktuur võib omada erinevat kuju. Selgus, et isomorfismi tajumist nägemismeelega ei ole üldse uuritud. Ilmne on see, et kunstiloomingus tajutakse kujundite paiknevust, mitte struktuuri.

Omaette sündmuseks võib pidada seminari kus Ants Tauts leidis ühe ebakõla Ulami hüpoteesi servavariandi puhul. Elevust tekitas ka seminar struktuuri mõiste teemal. Selgus, et tänase päevani ei olda kokku lepitud selle mõiste kõigile vastuvõetavas määratluses. Aastatel 2001 ja 2002 toimusid Helsingi Ülikooli teadurite Einari Aaviku jt. initsiatiivil mõned seminarid *bioloogilise objekti* analüüsi teemadel.

Seminaride keskne tähelepanu oli suunatud siiski *graafi struktuursuse* probleemidele. Toimus seminare ja avaldati teavikke, kus käsitleti ka *struktuuri, sümmeetria* ja *heuristika* üldisi küsimusi. SERR oli kutsutud 2003. aastal Sao Paulosse ja Odessasse graafiteoreetilistele konverentsidele (esimesele ei jõudnud). Nende aastate viimased seminarid olid pühendatud graafide struktuuritöötluse heuristilistele algoritmidele. Paralleelselt toimus ka SERRi teavike avaldamine.

Septembris 2006 toimus Euroülikooli baasil Eesti Teine Graafide ja Rakenduste konverents, mis oli pühendatud graafide Leonhard Euleri poolt avastamise 270 aastapäevale., Frank Harary 85. sünniaastapäevale ja Denes Königi poolt esimese graafiteooria monograafia avaldamise 70. aastapäevale. Selle konverentsi materjalid avaldati ajakirja *Balitic Horizons No 8 (107)* erinumbrina.

Samal aastal algas koostöö india matemaatiku Ashay Dharwadker'iga, mis viis originaalse ja korralikult disainitud polünomiaalse isomorfismtuvastuse algoritmi loomisele 2009. aastal. See on ilmunud nii SERRi teavikuna kui ka *Amazon Books'i* väljaandena. A. Dharwadker on ka mahuka monograafia *Graph Theory* üks autoritest. Dharwadkeri initsiatiivil moodustati SERRiga kahasse Gurgaoni Matemaatikainstituut (Institute of Mathematics, Gurgaon), mille kooskõlastatud hartas rõhutatakse vajadust uurida fundamentaalprobleeme ja püüda neid rakendada. Instituut tegeleb ka informaatikute väljaõpetamisega.

SERRi ja Gurgaoni Matemaatikainstituudi koostööna ilmus 2010. aastal Euroakadeemia baasil seda koostööd allakriipsutav eriväljaanne, *Baltic Horizons No 14 (111).*

Nende aastate jooksul on struktuurisemiootika edendamine välja jõudnud *graafide semiootilise modelleerimise* pinnale kus näidatakse, et:

- Graafi struktuur on orbiitide ja isomorfismi täpsusega esitatav tipupaaride süvaidentifitseerimise teel saadud semiootilise mudeli kujul.
- Graafi semiootiline mudel sisaldab vajalikku teavet struktuuri kohta ning avab selle „varjatud külgi".
- Binaarorbiitide ja morfismide tundmine avab tee graafisüsteemide moodustamiseks ja uurimiseks.

Kõiges selles on oma roll kunagistel mõttevahetustel Frank Harary, Regina Tõškevitši ja Ants Tautsiga.

Avaldan suurt tänu Euroakadeemia rektorile Jüri Martinile SERRi tegevusele korraliku baasi loomise eest ja emeriitprofessorile Leo Võhandule tõhusa kaasaaitamise eest. Tänan oma kunagist koostööpartnerit Valdo Prausti ja praegust kolleegi Ashay Dharwadkeri nende panuse eest sellesse tegevusse. SERRi tegevuse materiaalse toetamise eest siiras tänu Ilja Sundelevitšile ja Erki Tevetile.

Seminarid

1. Struktuursus, selle tähendus ja rakendatavus. *Põhiettekandja: J.-T. Tevet*, *19. aprill 1999.*
2. Struktuursuse matemaatilised probleemid. *Ettekandjad: L. Võhandu, J.-T. Tevet*, *17. mai 1999.*
3. Kunstiteose struktuursest analüüsist. *Ettekandjad: A. Kristenson, J.-T. Tevet*, *31. mai 1999*.
4. Struktuurse analüüsiga seotud probleeme. *Ettekandjad: L. Võhandu, J.-T. Tevet*, *27. september 1999.*
5. Kuidas erinevaid mõtteviise vastasitku arusaadavaks teha – Interstanding *Põhiettekandja: L. Võhandu*, *15. november 1999.*
6. Graafide taastatavuse probleem struktuurisemiootilisest aspektist *Ettekandjad: J.-T. Tevet*, *A. Tauts, 24. aprill 2000*.
7. Struktuursus nägemistaju vaatevinklist. *Põhiettekandja: T. Bachmann*, *15. mai 2000*.
8. Kunstiteos ja selle struktuurne analüüs – mõtteviiside konflikt, vastastikune mõista püüdmine või ükskõiksus? *Ettekandjad: J.-T. Tevet, L. Võhandu*, *M. Antson, 23. oktoober 2000*.
9. Visioone semiootikatest. *Ettekandjad: J.-T. Tevet, L. Võhandu, 27. november 2000.*
10. Graafid ja semiootika. *Ettekandja:. J.-T. Tevet, 19. veebruar 2001.*
11. Mida tähendab sõna „struktuur"? *Põhiettekandja J.-T. Tevet, 19. märts 2001.*
12. Kuidas struktuurida reaalset objekti? *Ettekandjad J.-T. Tevet, T. Vint 16. aprill 2001.*
13. Kas graafide isomorfism ja taastatavus on tabuteemad? *Ettekandjad J.-T. Tevet ja L. Võhandu, 11. juuni 2001.*
14. Bioloogilise objekti struktuursest analüüsist I. *Ettekandjad J. Martin ja J.-T. Tevet, 24. august 2001.*
15. Bioloogilise objekti struktuursest analüüsist II. *Ettekandjad E. Aavik, J.-T. Tevet ja J. Martin. 17. september 2001.*
16. Bioloogilise objekti struktuursest analüüsist III. *Ettekandjad J.Martin, L.Võhandu, E.Aavik. 17. detsember 2001.*
17. Bioloogilise objekti struktuursest analüüsist IV. *Ettekandjad L. Võhandu, E. Aavik, J.-T. Tevet. 10. juunu 2002.*
18. Bioloogilise objekti struktuursest analüüsist V. *Ettekandjad J. Martin, E. Aavik, J.-T. Tevet. 30. september 2002.*
19. "Kroonika" presentatsioon. *Ettekandja J.-T. Tevet. 4. veebruar 2003.*
20. Graafi struktuuri tuvastamisest. *Ettekandja J.-T. Tevet. 10. märts.2003.*
21. Graafi struktuuri elementaarmuutused. *Ettekandja J.-T. Tevet. 28. aprill 2003.*
22. Graafi struktuursetest karakteristikutest. *Ettekandja J.-T. Tevet. 26. mai 2003.*
23. Graafi struktuuritöötluse heuristilised algoritmid I. *Põhiettekandja J.-T. Tevet. 17. november 2003.*
24. Graafi struktuuritöötluse heuristilised algoritmid II. *Põhiettekandja J.-T. Tevet. 12. jaanuar 2004.*
25. Viis aastat SERRi seminare – nende mõttest ja mõttetusest. *Ettekandja: J.-T. Tevet. 19. aprill 2004.*
26. Heuristikast. *Ettekandjad: L. Võhandu ja J.-T. Tevet. 13. september 2004.*
27. Sümmeetria graafides. *Ettekandja: J.-T. Tevet. 15. november 2004.*
28. Tunnus- ehk märgimaatriks. *Ettekandja: J.-T Tevet. 7. veebruar 2005.*
29. Struktuurisemiootika probleemidest. *Ettekandja: J.-T. Tevet. 30. september 2005.*
30. Eesti II graafide ja rakenduste konverents Euroülikooli baasil. *23. september 2006*.

31. Graafikonverentsi artiklikogumiku esitlus. *7. mai 05.2008.*
32. Igihaljas isomorfismiprobleem. *Ettekandjad: L. Võhandu, J.-T. Tevet, M. Tombak. 11. veebruar 2009.*
33. Klikkregulaarsus. *Ettekandja: J.-T. Tevet. 22. aprill 2009.*
34. Mida teha Ulami hüpoteesiga. *Ettekandja: J.-T. Tevet. 27. mai 2009.*
35. SERRi kümnendale aastapäevale pühendatud seminar. *16. september 2009.*
36. Kujutlus loomeprotsessist kunstis ja teaduses (pühendatud endise serrlase, Helen Kauksi 60. sünniaastapäevale). *Ettekandja: J.-T. Tevet. 28. aprill 2010.*
37. Süsteem, struktuur ja graaf. *Ettekandja: J.-T. Tevet. 9. veebruar 2011.*
38. The graph isomorphism disease in 21. century. *Ettekandja: I. Panomarenko. 23. mai 2011.*
39. Graafide semiootilisest modelleerimisest: *Ettekandja: J.-T. Tevet. 21. september 2011.*
40. Semiootiline mudel ning 1- ja 2-isomorfismi kogemusi. *Ettekandja: J.-T. Tevet. 14. märts 2012.*

Osalejaid oli Euroülikoolist, Helsingi Ülikoolist, Yväskylä Ülikoolist, Steklovi nimelisest Matemaatikainstituudist, Gurgaoni Matemaatikainstituudist, Tallinna Tehnikaülikoolist, Tallinna Ülikoolist, Tartu Ülikoolist, Eesti Kunstiakadeemiast, Eesti Muusikaakadeemiast, Eesti Kunstnike Liidust, Eesti Informaatikakeskusest ja mujalt.

Meenutuskilde

Need killud esitavad SERR'i lugu nii nagu see on meelde jäänud. Osa kilde on esitatud ehedalt, nii nagu tollal kirja pandud sai. Viimased iseloomustavad mõnede asjalike kohtumiste tolleaegset olmet ja miljööd.

SERR'ieelseid kilde

SERR'ieelsel ajal oli suhteid Kiievi küberneetikainstituudiga, kus õnnestus paar ettekannet „graafide süsteemi" teemal teha. Sellest tingitult ka vastukülastused.

Esmaspäeval, 11. aprillil 1988. Külalised Kiievi küberneetikainstituudi bioküberneetika sektorist, Antomonov oma daamiga on jälle Tallinna saabunud. Nad on end „Palace" suure saaliga nurganumbris hästi sisse seadnud. Kui Antomonov meie esimesel kohtumisel häbenes lõunalauas napsu degusteerida, siis nüüd oli „Vana Tallinn" juba laual. See oli muidugi lihtsalt viisakas kostitamine. Tema «отзыв» Jüri Martini dissertatsiooni kohta on väga pateetiline. Nad on JM lähteandmete põhjal dif. võrranditega välja rehkendanud epigeensete ja epiliitsete samblikesünuuside biomassi kasvamise. Antomonov peab minu teemat dissertatsioonivääriliseks ja tahavad ka struktuurse keerukuse graafikud välja tuua. Tema arvates peaks sellest kõigest välja tulema üks korralik artikkel. Nad käisid välja ka idee luua kooperatiivne instituut bioküberneetilisteks konsultatsioonideks, mille „läänelik" reklaamikontseptsioon neil ka paika pandud oli. Asi väärib kaalumist.

Antomonov ja ta poeg on aktiivsed «Радуга» (venekeelne „Vikerkaar") lugejad. Nad olid vaimustuses seal ilmunud Meelis Kattago artiklist, koostasid selle kohta pika vastus-kirja-artikli, mille lubasid selle toimetusse viia. Aktiivsust on Antomonovil küllaga. Teda saatev daam oli väga gorbatšovivastane. Seda peamiselt veini-viinamarja-istanduste maharaiumise ja suhkrumüügi talongide pärast.

Olin väga hoogu sattunud. Saatsin oma artiklid ka ühele nö prestiižikale ajakirjale, mis seal mõneti segadust tekitas. Selle peatoimetajaga aga lahknesime sümpaatselt, vahetasime kalendreid ja paar aastat ka uusaastatervitusi.

Töiseid suhteid oli Tartu Ülikooli algebra-geomeetriakateedri ja Minski graafiteoreetikutega.

Neljapäeval, 1. detsembril 1988. Olen Minskist tagasi. Läks ilmselt korda. Minski lennuväljal võttis mind vastu seesama noormees, kes Nižnis küsimustega minu poole pöördus, Vadim Zverovitš, käes suur plakat «Встречаю J. Tevet». Minu ettekanne graafide kanoonilisest esitamisest ning selle baasil ka isomorfismist ja taastatavusest toimus Valgevene Tehnikaülikooli mehaanika-matemaatika-teaduskonna ühes kateedris. Kohal oli ligi 15 kuulajat eesotsas prof. Regina Josifovna Tõškevitšiga. Esitasin oma materjali (ingliskeelsetel) slaididel, kus ma selgitusi vene keeles andsin. Nižni Novgorodi kogemustele toetudes oli mul väike diaprojektor kaasas. Ettekanne kestis üle tunni. Pärast vaheaega esitati terve rida täiesti asjalikke küsimusi, millede arutelu kestis samuti tunnikese. Kõige rohkem küsimusi esitas rekonstruktist V.Tjurin. Ilmselt meie kontaktid R. Tõškevitši ja tema seltskonnaga veel jätkuvad. See ei olnud veel kõik. Sooviti, et ma räägiks ka teemal «Положение в Эстоний». Rääkisin meie liikumistest, Ülemnõukogu otsuste õigsusest jne. Kuulati kikkiskõrvu. Proua Regina tundus algul natukene reserveeritud olevat, siin ei ole midagi imestada, kuid hiljem võttis siiski kuulda. Teised ei julgenud avalikult midagi küsida.

Hotellis oli broneeringuga mingi segadus ja ma sattusin daamide tuppa. Minsk, mis viimase sõja ajal täielikult purustati, pole eriti hoolikalt ülesse ehitatud. Metroo on muidugi asja eest. Tagasilennu päev oli tuisune. Arvasin juba, et pean paar päeva püstijalu lennujaamas ootama. Tallinna lennuk oli ainukene, mis Minskis vapralt maandus ja meid Tallinna tagasi tõi (kuigi pooleteist tunnise hilinemisega).

Kontaktid minskilastega, eriti R. Tõškevitšiga jäid tollal kõige asjalikumateks. Sisukaid mõttevahetusi oli ka automaatiku Hanno Sillamaaga, kellel graafide vastu eriline huvi oli.

Regina Tõškevitš (sünd. 1929) on Valgevene Riikliku Ülikooli (emeriit)professor, graafiteooria ekspert ja vastava monograafia kaasautor. Ta on Tyszkiewicz'ite, omaaegse poola tuntud aadlisuguvõsa otsene järeltulija. Sellest on ta saanud endale hüüdnime «графина Регина». Tõškevitš on väljatöötanud graafide astmeridade dekomponeerimise teooria (*degree sequences*). Tema arusaam graafi orbiitidest on kooskõlastatud struktuurisemiootilise seisukohaga nendest.

Frank Harary graafiteooria monograafia venekeelne tõlge (1973) oli tollal ainukene kättesaadav sellealane trükis.

Frank Harary (11. märts 1921, New York City – 4. jaanuar 2005, Las Cruses) oli ameerika matemaatik kes keskendus graafiteooria alale. Teda peetakse kaasaegse graafiteooria rajajaks. Süüriast ja Palestiinast pärit juudi immigrantide vanim poeg. Sündis kohal, kuhu 1930datel aastatel ehitati Empire State Building. 1969. aastal andis välja esimese graafiteooria õpiku, mis tõlgiti paludesse keeltesse ning hinnatud ka tänapäeval. Aastatel 1948 – 1986 töötas Michigani ülikoolis. Aastast 1987 kuni surmani oli New Mexico ülikooli (New Mexico State University, Las Cruses) arvutiteaduse teaduskonna professor ja emeriitprofessor. Ta oli baasajakirjade *Journal of Combinatorial Theory* ja *Journal of Graph Theory* üks asutajatest. Mitme monograafia ning ligi 700 artikli autor.

Kirja teel saatsin Hararyle mõned küsimused mind huvitava probleemi kohta, millele ta ka vastas. Tänu Jüri Martini tõhusale asjaajamisele tollases bürokraatias õnnestus Harary Eestisse kutsuda.

<u>Laupäeval, 27. mail 1989.</u> 18. mail saabus meie poolt kutsutud Frank Harary Moskvasse, kus tema vastuvõtja Piret nägi suurt vaeva külalise hotelli paigutamisega. 19. mail läksin kella kuueks hommikul Hararyt uudistama saabunud Zõkovitele (Александр Александровичі ja Гая Ефимовнale) vastu ja viisin nad Võhandu kaudu saadud TPI ühiselamusse. 20. mai hommikul võtsin Balti jaamas juba isiklikult vastu old grand man, Distinguished Professor Harary. Ta on lühemat kasvu, ilmselt lähisida päritolu. Rääkisime temaga saksa keeles. Saime talle „Olympias", hea toa 22. korrusel vaatega vanalinnale. Korraldasin Võhandule privaatkohtumise Hararyga.



22. mai hommikul kell 10.15 oli ette nähtud Frank Harary ametlik vastuvõtt Botaanikaaias ja avaloeng. Kohal olid „vene harary" Zõkov abikaasaga, „minski koolkond" Regina Tõškevitši ja tema nelja jüngri näol, Šuša Kaunasest, Janis Dombits Läti Ülikoolist ja Uno Kaljulaid Tartust. Jüri Martin ütles avasõnad inglise, Frank Harary aga eesti keeles, ta teadis täpselt et oli saabunud Eestisse, mitte nõukogudemaale. Pärast Harary loengut pakkusime ca 20 inimesele kohvi. Hiljem läksime Harary, Martini ja Piretiga „Viru" 22. korrusele lõunasöögile. Jõudsin vahepeal oma pesitsemikoha sama seltskonna vastuvõtuks enamvähem korda seada. Kuna mul oli sünnipäev, tervitas Harary mind sünnipäevalauluga ja kinkis mulle Spühendusega „Graph Theory". Jõudsime natukene ka minu tööst rääkida, mis ei istu talle veel hästi. Talle kinkisin ma Viiralti albumi. Aeg kulges kiiresti ja külalised lahkusid hilja.



Meie külalisi Minskist O. Melnikov, R. Tõškevitš (vasakul), J. Tevet ja J. Martin (keskel) ning Zõkovid (paremal).

Aleksandr Zõkov (sünd. 1921. a. Odessas) on ukraina matemaatik. Töötades omaaegses Siberi akadeemilises teaduskeskuses (Novosibirsk) avaldas 1969. aastal esimese osa kavandatud mahukast vene keeles kirjutatud monograafiast graafiteooria alal. Teine osa jäi avaldamata. Zõkovi kokkuvõtlik monograafia sai ilmuda alles 1987. aastal. See on tänapäevani jäänud ainsaks arvestatavaks vene keeles kirjutatud graafiõpikuks. Sellest sai endale hüüdnime „vene Harary". Zõkovi arusaam graafi struktuurist on sarnane struktuurisemiootikas kasutatavaga. On avaldanud tõid algebrast ja matemaatika filosoofiast. 1980 aastatest on Zõkov korraldanud osavõtjaterohked graafiteooria alaseid „Odessa seminare", millest kujunes välja omaette koolkond. Viimastel aastatel on Zõkovi panus teiste koolkondade poolt teenimatult mahavaikitud.

23. mai hommikul pidi Harary loeng toimuma TPI automaatikakateedris. Ta hilines, kuni ta Regina poolt leituna kohale toodi. Kohal olid ka kõik meie poolt kutsutud külalised. Mina pidin aga Botaanikaaeda minema, oli vaja vabastada külalistoad hr. Rein Ratta väliskülalistele. Tuli organiseerida meie bioindikatsiooni sektori remondis olevatesse ruumidesse improviseeritud hotell minskilaste, riialase ja kaunaslase jaoks.

Küberneetikainstituudis planeeritud loengule 24. mail hilines Harary jällegi. Ja jälle leidis Regina ta „Olympias" ülesse ning tõi kohale. Kohal oli ka kogu külalismeeskond. Sissejuhatuse tegi Ivar Petersen ja loeng toimus täisauditooriumi ees. Harary jäi Küberneetikainstituudiga väga rahule. Lõunatama läksime Nõmme restorani koos Harary, Peterseni, Šuša ja Piretiga. Õhtul viisime oma külalised Estoniasse „Figaro pulma" kuulama.

25. mai oli ärasõitude päev. Kell 5.20 saatsime Harary „Tšaikale", millega Šuša ta ebaseaduslikult korraks Leedumaale viis. Kell 10.10 lendasid minskilased ära. Zõkovid saatsin kell 15.10 väljuvale Leningradi rongile. Zõkov kinkis mulle oma vastilmunud monograafia koos pühendusega selles. Sain temalt ka moskvalase Lavrentšenko koordinaadid kes võiks aidata Harary turnee seal edukalt lõpule viia. Kahjuks ei jäänud nad rahule meie kultuuriprogrammiga. Piret rääkis hiljem, et Zõkovid olevat Hararyt enne siiatulekut palunud USAst kaasa tuua nii ja naasuguse personaalkompuutri mille eest nad annaksid nii- ja naapalju vene rublasid. See olevat Hararyt vihastanud. Tõepoolest, nad omavahel siin peaaegu ei suhelnudki.

<u>Laupäeval, 3. juunil 1989.</u> Eile saabus Harary Tallinn-Vilnius-Riga-Tartu tuurilt rinnas Leedu, väike Läti ja suur Eesti lipumärk. Kohalikust poliitilisest olustikust oli ta juba USAs oma lätlasest kolleegi poolt saanud ammendava ülevaate. Kõige rohkem meeldis talle Tartu Ülikooli kuulajaskond. „Edasis" oli sellest ka väike kirjutis. Tartlased tänasid meid Harary kutsumise eest. Õhtul käis Frank Piretiga teist korda Estonias. Olevat olnud mingi täiesti arusaamatu leedu ballett ning nad tulid poole

pealt ära. Täna vara-vara hommikul läksin Botaanikaaeda Hararyt külalistetoas ülesse ajama ning grillkana ja riisiga kostitama. Leppisime kokku, et saadan talle oma traktaadi pärast keelelis-terminoloogilise korrektuuri tegemist (muid märkusi tema poolt praegu polnudki), mille ta „üldises korras" läbi vaadata lubas. Saatsin nad Piretiga kell 7.50 väljuvale Moskva lennukile. Moskvas tahtis ta taotleda honorari oma monograafia vene keeles väljaandmise eest. Eestisse kavatseb ta kahe aasta pärast tagasi tulla.

Hiljem saime teada, et honorari Hararyle Moskvas ei makstud. Seal oli ta käinud mööda poode ning vene kaabusid ja lipse kokku ostnud, ka ühe ülikonna.

<u>Suurel Reedel 1991.</u> *Esimest korda teadvustus mulle Suure Reede tegelik tähendus. Sel aastal on see üle hulga aja jälle Eesti riigipüha. Sain oma trükise „Interpretations on some Graph Teoretical Problems" Eesti TA väljaandena lõpuks kätte ja jaotasin mõnikümmend eksemplari lähiringkonnale laiali. … Taas on tekkinud kontaktid Võhanduga. Tegelen Frank Harary 70. juubeliseminari ettevalmistamisega nii, et ei jõua oma tubagi korras hoida.*

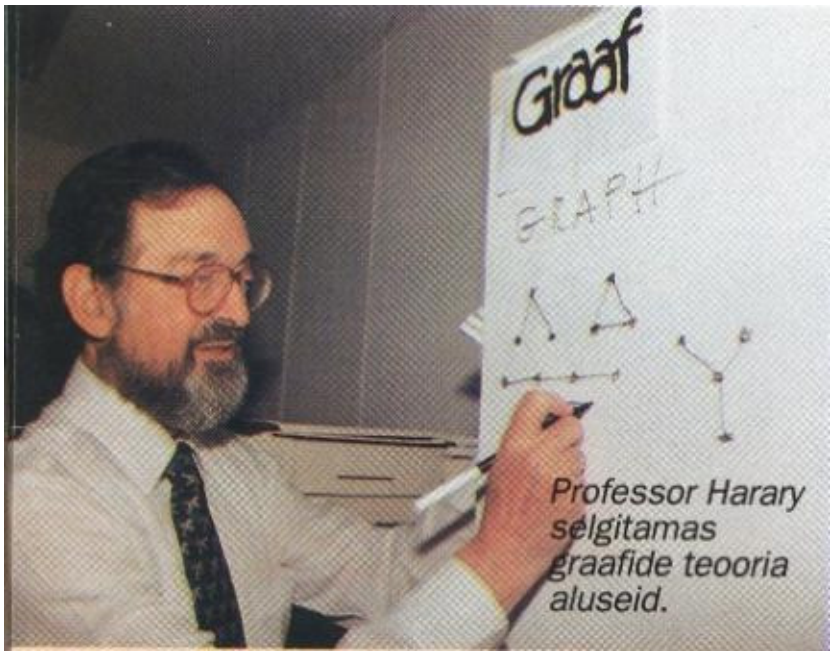
<u>Teisipäeval, 30. aprillil 1991.</u> *Meie sektor Botaanikaaias on nüüd eraldunud iseseisvaks International Laboratory of Plant- and Pollution Research. See on Jüri Martini USA sidemete tulemus. Selle avamispäev oli jüripäeval ja selle avas Jüri. Pidulikul šampuserüüpel käisid akadeemikud Köörna, Veidermaa jt. Istusime Köörnaga kõrvuti, ta rääkis söömise ja elamise kahjulikkusest. Jõudsime järeldusele, et ainuke mõttekas asi siin ilmas on mediteerimine.*

Selgus, et Botaanikaaial pole raha Frank Harary juubelikonverentsi korraldamiseks. Ega Botaanikaaed polegi selleks õige koht. Andsime kogu ajaajamise üle Mati Kilbile Tartu Ülikoolis. See on kavas korraldada Käärikul, osavõtumaksuga 190 vene rubla.

<u>Teisipäeval, 18. juunil 1991.</u> *Frank Harary 70. sünnipäevale pühendatud „The First Estonian Conference on Graphs and Applications" toimus Käärikul 12.-19. mail. Osavõtjaid oli USAst, Austriast, Soomest, Lätist, Leedust, Valgevenest, Ukrainast ja Venemaalt. Kohal olid ka pea kõik Harary esimesest, Botaanikaaia seminarist osavõtjad. Juhtusn nii, et mitmesugustel põhjustel mina sinna ei läinud. Piret jagas minu teesid „On semantical treatment of the graphs and its deductions" laiali ja Serge Lavrentšenko luges need ette. Frank ise hoolitses selle eest, et minu artikkel kogumikku läheks. Soovijad said ka minu „monograafia" eksemplari ning Harary võttis ka S. Hedetniemi jaoks ühe eksemplari kaasa*

1992. aasta sügise Münchenisse sõidu eesmärk oli kokkusaamine prof. Gottlieb Tinhoferiga, mis jäi tehnilistel põhjustel toimumata. Tallinnast ärasõidueelses saginas olime kohtumiskuupäevas erinevalt aru saanud. Teda lihtsalt ei olnud Münchenis. Tinhofer saatis mulle hiljem ahvatleva kutse konverentsile *Graph Theoretical Conceptions in Computer Science*, mis pidi toimuma 1994 aasta suvel ühes ilusas Baieri lossis. Sõiduga jäin siiski väga rahule, sest München tundus mulle millegipärast väga kodusena. Ka oma lapsepõlveaegset, nüüd juba rooste läinud saksa keelt sain veidi harida.

22. juunil 1993 saabus Frank Harary oma kolmandale Eestimaa külastusele. Alustuseks tegime talle ettepaneku koos Pireti ja „Paharettidega" (Pireti folkansambel) Aegnale jaaniõhtule minna, millega ta meeleldi nõus oli. 25. juunil oli tal loeng TTÜs. 26. juunil üritasin Valdo Prausti tema enda palvel Hararyle tutvustada, ta soovis oma rekonstruktsiooniprobleemi kallal tehtut Hararyle tutvustada. Kavas oli Harary ettekanne ka Tartu Ülikoolis. Bussiga ta sinna sõita ei tahtnud. Erki Tevet oli põhimõtteliselt nõus Harary Tartusse viima, kuid soovis, et bensiinikulud kompenseeritaks. Kust võtta raha? Tekkis idee otsida sponsor. Leidsime, et selleks sobiks disainifirma *Graaf* – loomulikult vaid nime pärast. Võtsime ühendust, leppisime kokku, et tuleme Hararyga läbirääkimistele. Võeti lahkelt vastu ja Harary pidas seal populaarse lühiülevaate graafi-teooriast. Kohal olid ka ajakirja *Elu Pilt* ajakirjanik ja fotograaf ning sellest kohtumisest ilmus hiljem ilus (reklaamiv) kirjutis nii firmale kui graafidele. Sponsori-summa oli 500.- EEK ja Harary käik Tartusse sai teoks. See jäi tema viimaseks käiguks Eestisse.



Frank Harary esinemine disainifirmas „Graaf“

SERR’i moodustamine

Seminaride korraldamise eel tekkis üks rakenduse idee – struktuurida (st. strukturiseerida) ja analüüsida taieseid (rakendused ontogeneesi ja tsönogeneesi mudelite näol olid juba olemas). Vaatluse all oli *kompositsiooni* kui taieste klassikalise atribuudi struktuuritavus ja struktuurne analüüs. Lähtusin tekstiiltaiestest, kui erinevate kujundite, värvide ja faktuuride *kooslusest,* kus struktuurseks seoseks lugesin naabruse olemasolu. Alustasin muidugi Helen Kauksi gobelääänidest, tema teemast *Kontrastid*, mille struktuur näis olevat mõneti sarnane loodusliku koosluse struktuuriga (kui vaadata madalalt lendava lennuki aknast alla). Võrdluseks võtsin ka Mari Adamsoni ja Virve Abeni taieseid. Lõpuks julgesin ka klassikute teoseid nagu Rembrandti *Mana ohverdamine*, Roerichi *Taevane heitlus* jt. graafideks struktuurida ja neid nö mõõta.

Hakkasime seminari ideed realiseerima. Kõigepealt tuli kogu teoreetiline materjal korralikult süstematiseerida ja teha sellest noppeid seminari ettekande jaoks. Selekteeritud graafiline materjal tuli viia kiledele. Koostasin ka seminari stsenaariumi (spikri). Jüri Martiniga leppisime kokku Euroülikooli auditooriumi kasutamises ja toimumisajas. Lõpuks tuli seminari teema *Struktuursus, selle tähendus ja rakendus* välja kuulutada, reklaamida ja saata kutseid. Kuna see teema hõlmas ka taieste analüüsi, siis dekoreerisime seminari auditooriumi Heleni gobelääänidega, mis kukkus päris hästi välja. Kuna need gobelääänid jäid auditooriumisse mitmeks päevaks siis võis Helen selle ürituse fikseerida kui väikest personaalnäitust Euroülikoolis.

Esimene seminar toimus esmaspäeval 19. aprillil 1999. Ettevalmistus oli põhjalik. Korraldatud oli ka osalejate registreerimise, võimalike diskussioonide fikseerimiseks oli sisse lülitatud diktofon jne. Kohale tuli tosinkond inimest, ökolooge ei tulnud, kunstnikud olid esindatud Helen Kauksi ja Raivo Kelomehe näol. Jüri Martin juhatas seminari sisse. Minul oli tohutu paberi ja kilede patakas ees. Alustasin rahulikult selgitades kiledel esitatut. Peagi tundus, et suurele osale auditooriumist on selle teema ulatus liiga lai. Praustil raskusi ei olnud ja Võhandu aktsepteeris seda, mida tarvilikuks pidas. Oli siiski ka asjalikke küsimusi. Võõrale auditooriumile oleks esitatud materjali jätkunud kümneks seminariks, mina aga vuristasin selle 2x1,5 tunniga maha. Hiljem kritiseeris Helen minu esinemisviisi. Vähemalt oli seminaridega alustatud ning sain teavet sellest, mis kergemini ja mis raskemini peale läheb. Pärast seda seminari juurdus termin *struktuurisemiootika.*

Teisel seminaril, *struktuurisemiootika matemaatilised probleemidest* (17. mail) püüdsin Võhandule ja Tautsile selgitada miks ja kuidas märgimaatriksi abil graafi struktuuri (pro: graafide isomorfismi) tuvastada ning taastatavust interpreteerida. Viimast probleemi Võhandu ilmselt ei aktsepteerinud. Kolmandal seminaril (31. mail) püüdsin kunstnikele Aimar Kristensonile ja Malle Antsonile selgitada oma seisukohti *taieste struktuursest analüüsist*. Diskussioon sellel teemal kujunes elavaks.

15. juulil allkirjastasime koos Jüri Martini, Valdo Prausti ja Helen Kauksiga SERRi põhikirja ning 23. augustil 1999 kanti see registrisse. Neljandal seminaril (27. septembril) arutasime Võhandu, Martini, Malle Antsoni, Prausti, Heleni ja Tautsiga *struktuurse analüüsiga seotud probleeme*. Malle Antson väitis, et ornamentika olevat niivõrd keeruline ja spetsiifiline nähtus, et mingite struktuursete ja matemaatiliste meetoditega selle kallale ei olevat mõtet minna. Võhandu vaidles sellele vastu ja väitis vastupidist. Viiendal seminaril (15. novembril) esitas Võhandu oma nägemuse *interstandingust* (erinevate tegevus- ja huvialadega inimeste vastastikusest lävimisest), mis oli antud olukorras asjakohane.

SERRi põhikirjas on ka materjalide kirjastamise säte. Seminaride kogemuste järgi korrigeeritud materjalide põhjal andsime novembris välja kaks oopust. Esimene, *„Struktuurisemiootika: struktuursuse kujutamine graafidel"* on kokkuvõte tehtud uurimistööst ja selle rakendustest, sh ka taieste struktuuranalüüsist. Selle epigrammis märkisin muu hulgas järgmist: *Struktuursuse ja struktuuri probleemid on alati aktuaalsed olnud. Struktuurisemiootika püstitab ülesande korrastada, formuleerida, formaliseerida ja lahendada struktuursusega seotud probleeme. Semiootikal on struktuursuse graafidel eksplitseerimise roll. ...* . Teises, *Appendix to Structure Semiotics: A System of Graphs, their Characteristics and Changes* on esitet üksikasjalikud andmed 6-tipuliste graafide süsteemi kohta (156 graaf-struktuuri ja 1044 elementaarset struktuurimuutust), nagu märgimaatriksid, karakteristikud, naaberstruktuurid, tõenäosused jne.

Tekkis vajadus meie tegevust rahastada. Esitasime SERRi ja TTÜ informaatikainstituudi ühistaotluse Eesti Innovatsioonifondile. Klantsisime taotlust Võhandu ja Rein Kuusikuga, vastavalt saadud juhistele hästi praktiliseks ja innovaatiliseks ning konkretiseerisime näiteid. Paraku seda ikkagi ei rahuldatud.

2000. aasta esimene, üldse kuues SERRi seminar toimus 24. aprillil teemal *graafide taastatavuse struktuurisemiootiline aspekt*. Ants Tauts aktsepteeris esitatut ja leidis koguni, et Ulami hüpotees ei kehti servavariandi puhul kui neid on kaks. Tõepoolest, ma olin selle olukorra ise skematiseerinud kuid mitte sõnastanud – see on tõepoolest nii. Võhandu saabus kohale hilinemisega teatega, et ta sai hea raamatu, milles olevat esitatud metoodika sellest kuidas teksti põhjal kindlaks teha, kas selle kirjutaja on „kiiksuga" või mitte. Vaatamata Võhandu sellisele sissejuhatusele väitsime, et just äsja kummutasime Ulami hüpoteesi servavariandi. Pärast seminari soovis Võhandu mulle midagi rääkida ja kutsus Kristiine keskuse pubisse. Selgus, et augustis toimub Stockholmis, Rootsi Kuningliku Tehnoloogiainstituudi juures loomingulise meedia (*creative media*) alane *workshop*, mille üks organiseeriaid on tema. Võhandu soovis sellesse sisse põimida ettekannet taieste struktuuranalüüsist ja koos Jüri Martiniga ka meie tsönogeneesimudeli teemal. Jüri Martin teatas kahetsusega kohe, et talle see aeg ei sobi Euroülikooli ümberkolimise tõttu.

Taieste struktuuranalüüsi raames toimus mõnda aega arutelu Kadi Pajupuuga EKA tekstiilikateedrist. Esialgu tundus kõik kooskõlastatuks saama, kuid siis koorusid välja erinevad arusaamad. Kunstnik mõtleb taiese struktuuri all peaasjalikult selle välimust, kuju, mitte aga selle komponentidevahelisi suhteid. Seda, et struktuur ja nägemismeel ei ole omavahel seotud kinnitas ka Talis Bachmanni esinemine seminaril (15. mail 2000). Jääb arusaamatuks, missuguse meelega peavad tudengid lahendama graafiõpiku ülesande, kus esitatud graafi diagrammide hulgas tuleb leida isomorfsed. Huvitav, kas isomorfismi tajumist nägemismeelega pole üldse uuritud? Ilmne on see, et kunstiloomingus tajutakse kujundite paiknevust, mitte struktuuri. Seda on oluline arvesse võtta kui tegelda taieste struktuurse analüüsiga. Üpris narr on minna Stockholmi esitama teemat mille paikapidavus on kaheldav. Kuid mäng tuli lõpuni mängida. Stockholmis polnud kah üle viiekümne aasta käinud.

Rahastamata mõtted kulgesid oma rada ning leidsin, et tuleks valmis kirjutada ja välja anda *struktuurisemiootika aabitsa,* kus kogu see lugu lihtsate näidetega illustreeritult lihtsate sõnadega ära seletatud on. Aabitsa epigrammi julgesin sõnastada järgmiselt: *Graafide struktuurne ja süsteemne käsitlemine erineb nende traditsioonilisest kombinatoorikalisest ja algebralisest käsitlusest. Seni ei ole graafiteoreetikud veel erilist huvi tundnud graafide struktuuri ja selle muutuste vastu. Juba 1976 aastal märkis analüütik Jean Mayer ühes oma artiklis, et graafiteooria on mingis isoleeritud seisundis, mis takistab selle arenemist. Aabits püüab stagneerunud graafiteooriat veidi torkida.* Minu arvates pidi selle kukega märgistatud aabitsa sisu vähegi lugemisvõimelisele indiviidile küll arusaadav olema. Põhilised näited piirdusid üheteistkümne 4-tipulise graafide süsteemiga, teksti paremaks mõistmiseks olin formuleerinud ligi 70 harjutust jne. Esitasin vastavasisulise grantitaotluse ka Eesti Teadusfondile.

Stockholmi kutse saabus mai lõpus. Sõit maksti kinni, elamine ja söömine on prii ning Kuninglik Tehnoloogiainstituut annab veel päevaraha peale. Tuli hakata ette valmistama, leida sobivad näited ja kunstnikust kaasautor, kes selle soravas inglise keeles ette kannab. Kaasautori leidmisega oli raskusi, Helen ja paljud teised kartsid, et ei saa keelega hakkama. Lõpuks nõustus sellega tudengipõlve lõpetav Mae Lambing, seesama kes tekstiiltaieste e-kaubandust püüdis organiseerida. Koostasime esinemise stsenaariumi ja tegime proove. Heleni käest pidin laenama sõiduraha. Asjatoimetuste käigus selgus, et kavandatava kogumiku kaanepildiks soovitakse üht meie poolt artiklis struktuuritava ja analüüsitava taiese fotot. Selleks valiti välja Heli Kelti *Afeel*. Tore! Kaasa laenasime Katrin Pere käest ka tekstiilinäituse *Visioonid II* videofilmi.

Sõitsime *Regina Baltikaga* välja 23. augusti õhtul. Stockholmis olin viimati käinud ema Totskeliga 1939 aasta kevadel. Kesklinn oli mul hästi meeles. Silmatorkav erinevus tollasest seisnes selles, et tollane *Vironia* randus otse kesklinnas ja tramme ei ole enam, on metroo. Mae osutus osavaks, munsterdas endaga kaasa oma poisi, kelle ta ka Stockholmis oma hotellituppa vaikselt sokutas. Enamus osalejaid (neid oli Rootsist, Norrast, Taanist, Leedust ja muidugi Eestist) olid saabunud juba eelmistel päevadel, meie Maega jäime esimesele seminarile veidi hiljaks. Meie ettekanne *Visions about skeletons of artworks* toimus teisel päeval. Kõik käis stsenaariumi kohaselt – Mae kandis teksti ette, mina näitasin kilesid. Kohe pärast ettekannet kommenteeris seda Võhandu. Peakorraldaja Nils Einlund ja mõni veel esitasid paar viisakat küsimust ning asi oli kombes. Kogumik *FRONTIERS OF INTERSTANDING – workshop Royal Institute of Technology (KTH)* oli ilus, eriti just *cover picture: Heli Kelt Aphelion* tõttu. Jäime selle priisõiduga Stockholmi rahule. Tagasi saabudes tegime sellest artikli tekstiilikunstnike *Koiliblikasse*, millest esitan ühe lõbusa lõigu:

Stockholmis eesti tekstiilikunsti mõõtmas:

Mae: *Kas taiese mõõtudeks on sinu arvates selle suurus, kaal ja hind?*
John: *Seda muidugi, kuid ma arvan, et taiest iseloomustavad ka veidi sisukamad mõõdud, näiteks tema struktuuri karakteristikud.*
Mae: *Mis on struktuur?*
John: *Struktuur on objekti „karkass" või „skelett", mis koosneb selle komponentidest ja nendevahelistest seostest.*
Mae: *Aga milles sa siis taiese struktuuri näed?*
John: *Taiese klassikaliseks atribuudiks on selle kompositsioon, mis kujutab endast teatud kooslust, mida on võimalik dekomponeerida, fikseerida komponentidevahelised seosed, ja struktuur ongi käes.*
Mae: *Mis on sinu arvates taiese komponendid ja nendevahelised seosed?*
John: *Taiest võib dekomponeerida kas erinevate kujundite, värvide või faktuuride aspektist ning nendevahelisteks seosteks võiksid olla naabrusseosed.*
Mae: *Aga mis mõte sellel on?*
John: *Nüüd on võimalik kujutada taiese kompositsiooni struktuuri graafina.*
Mae: *Kuhu jäävad sinu lubatud struktuursed karakteristikud?*
John: *Struktuursed karakteristikud on väljaloetavad struktuuri kujutavast graafist ning need võimaldavad võrrelda ja klassifitseerida erinevaid taieseid. Selles mõttes kujutab*

struktuur endast teatud teksti. Kõige selle kinnituseks või ümberlükkamiseks on tarvilik leida koostööst huvitatud kunstnikke.

Mae: Ega ma sellest küll midagi aru ei saa kuid heal meelel löön kaasa!

23. oktoobril 2000 korraldasime SERRi kaheksanda seminari komplitseeritud teemal *kunstiteos ja selle struktuurne analüüs – konflikt, vastastikune arusaamispüüe või erinevad mõtteviisid*. See toimus juba Euroülikooli uutes ruumides Mustamäe teel. Seltskond oli kirju: Kadi Pajupuu (EKA tekstiilikateedrist, kellega olin varem juba taieste struktuurimist arutanud), Helen, Avo Paistik (kellede taieseid olin struktuurinud) ja traditsiooniliselt Võhandu, Martin ja Tauts. Esitasin oma nägemuse ja kahtlused selles küsimuses. Eelkõige huvitas mind Kadi Pajupuu reageering, kes tegi seda enesekindlalt. Võhandu pakkus muidugi välja terve rea potentsiaalseid taiese analüüsimise meetodeid. Sellest seminarist oli kasu niipalju, et hiljem kohtusime Kadi Pajupuuga veel mõned korrad, kus arutasime üksikasjalikult taieste struktuurimise mõttekust ja kompromissi leidmise teid. Ta oli sellega kaasa tulemas. Sellepeale andsime sisse järjekordse (viienda!) taotluse Eesti Kultuurkapitalile *(Kunstiteose struktuurisemiootilise analüüsi metoodika edendamine)*. 12000.- EEK (soovitajad Kadi Pajupuu ja Katrin Pere) millele lisasime optimistliku kirjutise Eesti tekstiilikunsti mõõtmisest Stockholmis.

Üheksanda seminari teema oli puhtteoreetiline – *nägemusi semiootikatest* (27. november) – milles loetlesin erinevaid semiootikaid (märgisüsteeme). Kohale pidi tulema ka Mihhail Lotman, kellega olime selles kokku leppinud. Paraku pidi ta Itaaliasse lendama ja tema asemel võttis sõna Võhandu.

Juba aasta tagasi alustasin oopuse *Graafid ja semiootika: Graafide struktuurikäsitluse keele alused* kirjutamist, kuhu ka harjutusi sisse põimisin. Selle epigrammis märkisin tookord: *Graaf on moodustis abstraktsetest elementidest ja elemendipaare ühendavatest seostest. Semiootika käsitleb märgisüsteeme. Märk on objekt, mis esitab, esindab, kujutab, tähistab või asendab mingit teist, temast erinevat objekti. Graafi iga elemendipaari sidusust iseloomustab teatud osagraaf, mida kujutab vastav märk. Graafi struktuur on esitatav nendest märkidest koostatud teksti kujul. Need tekstid annavad uut teavet graafidest ning moodustavad süsteemi, mida me struktuuri semiootikaks (semiootiliseks mudeliks) nimetame.* Sellele tööle eelnes graafiteooria alaste olulisemate monograafiate läbivaatamine ja nende lühirefereerimine peatükis „Graafid erinevates märgisüsteemides". Oopuse sissejuhatust pidasin tarvilikuks alustada nii: *Tegemist on mõneti delikaatse teemaga, kus matemaatikute pärusmaale kuuluvaks peetavaid graafe käsitletakse semiootika vaatekohalt. Teisest küljest ei tohiks selles midagi taunitavat olla. See on tarvilik graafi struktuuri tähendusliku ja kvalitatiivse külje esiletõstmiseks. Tuleb tõdeda, et graafid ei ole ainumatemaatilised objektid ...* . Sissejuhatuse lõpus märkisin, *... See muidugi ei tähenda, et niisugune lähenemine kõigile kohe meeldima peaks. Kogemused on näidanud, et mõnedele matemaatikutele tundub struktuuri semiootika mingi eksootiline, temasse mittepuutuv nähtus olevat. Reageeringud on tihti pealiskaudsed ja taanduvad seisukohtadele `a la „usun" või „ei usu". Intellektitehnik tunneb huvi nende originaalsete algoritmide vastu ning ökoloog leiab selle koosluste struktuurimiseks sobiva meetodi olevat. Päris-semiootik ei ürita midagi kritiseerida ja filosoof pole veel seisukohta võtnud, kunstnikku kõditab vaid see, kui just tema taiest analüüsitakse ning bürokraat kipub otsima selles mittevastavusi „eurostandardile". Uute vaateviiside otsingud graafidele peaksid siiski vajalikud olema, sest traditsiooniline graafiteooria näib olevat ikka veel Hamiltoni tsüklite ja elektrivõrkude kammitsais. Viimasel ajal kiputakse isegi orbiitide, isomorfismi ja taastatavuse probleeme peaaegu olematuks pidama, näiteks „Modern Graph Theory" (Bollobas 1998). ....* Graafid ja semiootika sai ka 2001. aasta esimene, kokku kümnenda seminari teemaks.

Seoses taieste struktuuranalüüsiga soovitati mulle juba ammu Tõnis Vindiga kokku saada. Saatsin talle oma sellealase populaarse lühiülevaate ja leppisime kokku, et kohtume tema juures 15. märtsil. Meie mõlemad rääkisime „struktuurist". Tema väga huvitavalt oma „liivi vööl" olevate mustrite ja teiste märkide struktuurist, mina oma graafidel kujutatavast struktuurist. Tema loodab, et matemaatikud hakkavad huvi tundma tema poolt uuritavate mustrite seaduspärasuste vastu. Ise arvab ta seal neid olevat ja ta on püüdnud neid ka kujutada, kuid niivõrd omanäoliselt, et need „ei hakka külge". Mina omalt poolt üritasin mõnd Tõnis Vindi objekti struktuurisemiootiliselt kujutada, paraku ei tulnud

sellega toime. Vint käis paaril järgneval SERRi seminaril, kus ta kuulas nii minu kontseptsioone kui ka esitas laiemale auditooriumile omi. Seminaril viisin Tõnis Vindi kokku ka Võhanduga, kellele ta terve hulga mustermaterjale esitas. Kõik see sellega piirduski. Käisin ka Vindi suurel show'l 26. aprillil Kinomajas, kuid mind see ei aidanud. Kui ma poleks oma teoreetiliste probleemide ja huvidega nii hõivatud, siis võibolla oleks Vindi materjalide alusel midagi uut välja koorunud. Igal juhul hindan ma tema teoreetilisi pürgimusi.

Seoses ettevalmistatava seminariga *struktuuri mõiste* teemal. Võtsin kontakti kunagise füüsiku, filosoofi ja struktuurispetsialist Lembit Valtiga. Oli paar viisakat telefonikõnet. Saatsin talle oma arusaamad struktuurist ja palusin teda osaleda 19. märtsil SERRi (üheteistkümnendal) meie seminaril. Seminarile ei tulnud ja minu arusaamasid ta ei kommenteerinud. Veelkord pidin tõdema, et täna ei tasu enam otsida eilset päeva. Lembit Valt tegeleb praegu hoopis praktilisemate filosoofiatega. Seminar ise kujunes küllaltki osa- ja sõnavõturohkeks, kui seda 13 osaleja puhul nii öelda võib. Sellel osales ka üks terminite ekspert Eesti keeleinstituudist. Enda arvates õnnestus mul selle sõna tähendus ära seletada. Nii mõnelegi jõudis see vist pärale.

Mis on struktuur? – Olen seda kümneid kordi selgitanud, rohkem ei tahakski. Loodan, et see on viimaseid kordi. Sõna „struktuur" on levinud käibeväljend, mida kasutatakse küllaltki suvaliselt. Kokkuvõtliku *määratluse* kohaselt on struktuur *püsiv kooslus* mingitest *elementidest* ja nendevahelistest *seostest*, kus nende empiirilised omadused ja ruumiline asetus ei oma tähendust. On väidetud, et struktuuri eksplikaadiks (selgitajaks) on *graaf.* Õigem oleks küll öelda, struktuur on küll *kujutatav* graafina, kuid ega see kujutatu midagi veel ei selgita ega tuvasta. *Struktuuri tuvastamine* tähendab vahetult graafi struktuuri tuvastamist. Väide, et isomorfsetel graafidel on ühesugune struktuur, on õige ja täpne. Seega, struktuuri tuvastamiseks, on tarvilik ja piisav fikseerida *isomorfsete graafide invariantsed atribuudid* nagu orbiidid, sümmeetriaomadused, klikid, vööd jne. Struktuur on *esitatav* neid atribuute kompleksselt esitava moodustisena, antud juhul *mägimaatriksi (semiootilise mudeli)* ***SM*** näol. Viimane kujutab endast struktuuri „teksti" ning selle alusel saab eristada üht struktuuri (st isomorfsete graafide klassi) teisest. Struktuur on ka *süsteemi abstraktsioon*, sest viimase puhul on olulised just elementide ja nendevaheliste seoste empiirilised omadused, võib olla ka ruumiline asetus, struktuuri puhul aga mitte. Niisiis, märgimaatriks ***SM*** serveerib struktuuri nö isomorfismi täpsusega. Sellest on välja loetavad kõik selle elementide (graafi tippude) kui ka elemendipaaride (servade ja „mitteservade") orbiidid ja orbiitstruktuurid, aluselisus, regulaarsused, triangulaarsus, hargnevus, klikid, vööd (*girths*), ahelad, diameeter, sümmeetriatunnused- ja mõõdud ning naaberalam- ja naaberülemstruktuurid. Viimaste abil on moodustatud struktuuride süsteeme.

Käsitlen struktuuri kui elemendipaaride teatud „täppismoodustist". Paraku on see nii täppis, et praktilises elus või looduses pole õnnestunud sellele rakendust leida – isegi mitte keemiliste struktuurvalemite baasil. Kuigi enamuse erinevate keemiliste ühendite struktuurvalemid on erinevad, on A. Zõkov leidnud erinevaid ühendeid, mis omavad ühesugust struktuuri (koosnedes küll erinevatest elementidest). Ma ei ole kursis geneetika vallas tehtuga, kuid kaldun arvama, et ka seal ei ole sellise täppisstruktuuri, selle sümmeetriaomaduste jt atribuutidega midagi peale hakata. Mul poleks midagi selle vastu kui ma siin eksiksin. Niisiis, struktuur on *reaalselt eksisteeriv (tegelikult olemas olev), huvitav (vähemalt minule) ja ilus (see on maitse küsimus)* asi, millega peale tundma õppimise ja uurimise pole midagi peale hakata. Vist(?). Uurimist väärivaid seaduspärasusi selles vallas on veel küllalt. Takistuseks on algoritmide realiseerimine arvutile, millega ma toime ei tule. Vabatahtlikke abistajaid (peale mõne Euroopasse pürgiva hindu) ei ole. Manguda ei taha ja raha pakkuda pole.

Semiootiline struktuurituvastamise meetod on nimetatud struktuurisemiootikaks. Nii mõnelegi vist tundub *semiootika* kasutamine matemaatilise objekti uurimiseks küllaltki kahtlane asi olevat. Sellest ka teatud huvi puudus struktuuri, kui niisuguse vastu. Struktuuri tuvastamist samastatakse isomorfismi tuvastamisega, mis on vaid teatav osa struktuuri tuvastamisest. *Struktuurituvastamise* kõrval tuleb silmas pidada ka *struktuuride ekvivalentsuse tuvastamist.*

Mulle sattus kätte Aleksander Dultšenko (TÜ) artikkel Jakob Linzbachist, keda ta üheks semiootika rajajaks peab. Jakob Linzbachi vastu olen juba varemgi huvi tundnud. Ta oli lõpetanud omal ajal

Tallinna Raudteekooli, mis oli tollal küllaltki paraja hariduse andja. Siirdunud 20dail aastail Pariisi, kus tegeles mitmesuguste probleemidega – kunstliku keele loomise, kosmoloogia, geomeetria ja muuga. Oma artiklis väidab Dultšenko, et Jakob Linzbach oli nii mõneski mõttes omast ajast ees, sellepärast teda ei mõistetudki. Mõned tema tõekspidamised semiootikast pidavat huvi pakkuma ka tänapäeval. Mõttes mõlkuski korraldada seminar Linzbachist. Oleksin kutsunud Aleksander Dultšenkot selle peaettekandjaks. Ta oli sellega nõus, kui talle sõidukulud ja esinemine kinni makstaks. Selle taha see seisma jäigi, mul ei ole ju võimalik oma „stipist" (st pensist) tema kulutused kinni maksta. Teist rada pidi on ka Võhandu tundnud huvi Linzbachi vastu ja korraldanud temast artikli *Akadeemias.*

Kuna graafide struktuurse (struktuurisemiootilise) käsitluse sõlmprobleemideks olid graafide isomorfism ja taastatavus, arvasin olevat täiesti sobiva korraldada 11. juunil SERRi seminari teemal *kas graafide isomorfism ja taastatavus on tabuteemad?* Selgus, et mingi tabu on seal ees küll. Ei jõudnudki sellest eriti palju rääkida, kui Võhandu hoopis teise teemaga vahele kiilus. Kuna me olime ainult kolmekesi, Võhandu, Tauts ja mina, siis ei olnud sellest suurt midagi. Igaüks laulis oma aariat ehk jäi oma seisukoha juurde.

Siis tulid „soomlased", Helsingi Ülikooli juures töötavad meedik Margus Planken ja biokeemik Einari Aavik. Marguse isa, anestesioloog Ats Plankenit aitasin kunagi dissertatsioonis käsitlevate andmete isokvantanalüüsimisel. Meie koostöö oli tollal tõhus, nüüd on ta manalamees. Margus mind ülesse otsiski. Nende rahvusvaheline uurimisgrupp tegeleb kallite loomkatsetega (paavianid Lõuna-Aafrika Vabariigist) veresoonte häirete uurimiseks ning on teatud ummikus katseandmete töötlemisel. Nad kasutavad küll nende tsunfti poolt tunnustatud kõrgetasemelisi arvutiprogramme, kuid väidavad et tulemused olevat liiga formaalsed. Nad pakkusid välja mingi koostööleppe. Põhimõtteliselt oleksin ma võinud pakkuda oma isokvant-analüüsi, kuid mul ei ole need programmid enam alles. Exeli baasil saaks isokvante läbi mängida küll, selleks vajaksin abi. Sellepärast viisingi nad SERRi seminaride baasil kokku nii Võhandu kui ka Martiniga. Nad jätsid terve CD täis materjale maha millega Jüri Martin ja Leo Võhandu lubasid midagi ette võtta. Nendega toimus aastatel 2001 ja 2002 kokku viis seminari teemal *bioloogilise objekti struktuurse analüüsi probleemid*. Nendele valikuvõimaluse laiendamiseks viisin Aaviku kokku ka Viktor Aladjeviga, kes ka midagi välja mõelda püüda lubas. Paraku keegi vedu ei võtnud. Ise pean ausalt tunnistama, et rakendused enam ei huvita. Aavikul oli vaja ka üht operaatorit, kes pidevalt internetis surfaks otsides etteantud märksõnade järgi neid huvitavat teavet. Leidsin selleks sobiva olevat mitteserrlase A. K. kellele uus ja võimas läptop anti ning tulemuste eest tasustati. Kahjuks ei tulnud ta sellega lõpuni toime. Seda tuleb pidada SERRi ebaõnnestumiseks.

Piiritletud suundumisel

Juba 2001. aaasta mais tundsin vajadust anda välja mingi graafide struktuuranalüüsi *näidete raamat*, sest sobivaid näiteid on palju, avaldatud on neist vähesed. See mõte idanes pool aastat, selle tulemusena võisin 23. novembril laiali jagada oopuse *Semiotic testing of the graphs: Principles, Using and Developement*. Epigramm oli lühike: *A side-view on graph theory that allows us to see a structural essence of the graphs.* See väljaanne sisaldas ülesandeid (harjutusi), nende vastuseid, saksa ja venekeelset resümeed.

Aasta lõpul tärkas mõte kirjutada oopus rõhuasetusega graafide *isomorfismi ja taastatavuse* probleemidel, kuna semiootiline testimine võib paljudele arusaamatuks jääda.

Võhandu, kes minu binaarmärke „pealt vaatamise" tulemusteks tituleeris, üritas juba varem mingite vektorite korrutamise teel tipuorbiite „palju lihtsamal viisil" tuvastada. Ta oli j-keeles teinud seosmaatriksite korrutamise programmi $E \times E = E^2$, mida katsetas mõnede minu poolt käsitletud graafidel. Ta oli küllaltki optimistlikult häälestatud ja näitas mulle oma tulemusi. Tõepoolest osade

graafide puhul õnnestub tipuorbiite sel teel tuvastada. Hiljem sain aru, et seda meetodit tuleb mul veidi edasi arendada, saada kindlamaid tulemusi.

Seosmaatriksite korrutamist iseendaga (astendamine) täiendasin sellega, et korrutada tuleb astmeni ***n***, mil seosmaatriksi elementide *erinevate väärtuste* (st erinevate väärtustega „multiplikatiivsete binaartunnuste") arv on maksimaalne, st edasine astendamine seda arvu ei suurenda. Sellisel kujul on see hea abivahend esimest järku struktuursete binaarmärkide täpsustamisel. „Multiplikatiivsed binaartunnused" ise, vastupidiselt struktuursetele, ei sisalda mingit teavet. Väidetakse küll, et *n*-astme seosmaatriksi elemendid kajastavat tipupaari vahelist pikimat lihtahelat (teed) graafis. Struktuursest aspektist tekib siin aga rida küsitavusi. Mida kujutavad endast seosmaatriksi peadiagonaali nullide kohale tekkivad arvud (arvväärtused)? Miks suureneb korduval astendamisel eristavate arvväärtuste arv? Miks muutuvad teatud astmel *n* osa maatriksi elemente nullideks? See „müstika" ei kahanda muidugi selle meetodi praktilise kasutamise mõttekust.

2002. aastal kandis SERRi kodulehekülg tiitlit: *Welcome to express page! On a constructive approach to the graph theory. The semiotic testing of the graphs opens their structural side and constitutes a rational way to the treatment of some essential graph theoretical problems.* Ühel päeval avastasin, et meie kodulehekülg oli refereeritud BIGOWEBis. Mulle saatis meili keegi Mr. Ashay Dharwadker: *Your exellent site was suggested to me by editor (Richard Pinch). If you know of any other graph theory sites that are not in our list, to let us know.*

<u>Kolmapäev 5. veebruar 2003.</u> Aeg on möödunud kiiresti mitmesuguste tegemiste taustal. Oma „Kroonikaga" sain maha 23. ja ingliskeelse traktaadiga 27. jaanuaril. Jaotasin need laiali raamatukogude vahel. 4. veebruaril toimus Euroülikoolis SERRi seminari raames „Kroonika" esitlemine, mis kujunes küllaltki hubaseks olemiseks kohvilaua ja veneetsia vermutiga. Mul oli võimalik osalejatele välja jagada vaid viis eksemplari. Need jaotasin selle järgi, mitu korda nad "Kroonikas" esinevad. Selgus, et Jüri Martin esineb 48, Leo Võhandu 32, Frank Harary 25, Helen Kauksi 20, … . Viimasel minutil tuli meelde seltskonda pildistada.



Rühm serrlasi Euroülikoolis poseerimas: vasakult esireas John Tevet, Ilja Sundelevitš, Leo Võhandu ja Jüri Martin

Teisipäev, 11.märts 2003. Eile toimus struktuurituvastuse nö viimane äraseletamine SERRi järjekordse, 20. seminari raames. Võhandu võttis algul kohe „äestamishoiaku" sisse. Mul oli korralik esitusmaterjal olemas nii ekraanil kui ka väljatrükitud materjalina kuulajate jaoks. Asja dramaatilisust haistes jäi ka Jüri Martin kuulama. Konkreetne struktuurse ja astendusmeetodi võrdlemise materjal pani Võhandu asja tõsiselt kuulama. Alguses esitasin näiteid kus astendusmeetod ideaalselt või enamvähem korralikult töötas, lõpus aga Wiesfeileri, Mathoni ja Netšepurenko graafe, kus töötas vaid struktuurne meetod. Siin hakkas Võhandu protestima ja viis jutu kohati teemast kõrvale (arvude algarvudeks lahutamise juurde) ning Tauts lahkus. … Keegi Rahul Gupta pöördus minu poole palvega kaasa lüüa struktuurisemiootika-alaste programmide tegemisel.

Struktuuritegevuse algusaastatel esines juhtumeid, kus esimest järku binaartunnuste baasil tõepoolest struktuuri tuvastada ei õnnestunud. Tegemist oli Janos Csirik'i (Szeged) kui ka Valdo Prausti poolt konstrueeritud asjakohaste kontranäidetega, mis aitasid asja edasi *arendada*. Praeguseks on binaarmärgid arendatud kõrgemajärgulisteks, multiplikatiivseteks jt. Struktuurisemiootilise meetodi teoreetiline alus – *automorfismi* ja sellele vastava (kõrgemat järku) *binaargraafide isomorfismi (lokaalse isomorfismi)* üksühene vastavus – on igati korrektne. Seosmaatriksite korrutamise täiustatud meetod ehk multiplikatiivmeetod on siin teatud juhtumitel hea abivahend. Teavet tipupaari kohta annavad ikkagi esimest järku binaarmärgid.

Kolmapäev, 30. aprill 2003. 21. seminar graafi struktuuri elementaarmuutuste teemal läks korda, paraku Võhandu kohal ei olnud. Tautsiga arutasime veelkord Ulami hüpoteesi tema poolt tähele pandud mittekehtivust kolme seosega graafide puhul. Täna hommikul saatsin seminarimaterjali Võhandule mailitsi ära. Ei usu, et ta reageerib, kuna ma selles küllaltki palju „püha lehma", Ulami hüpoteesi torkisin. Jüri Martin tegi ettepaneku kokkuvõtlike seminarimaterjalide avaldamist Euroülikooli koduleheküljel. See on mõistlik ja realiseeritav mõte, võtan kohe nüüd selle käsile. … Struktuurialgoritmide edasise realiseerimise mõte osutus aga utoopiliseks – hindupoisid pole reageerinud kirjale, kus ma EV migratsioonieeskirju mainisin..

Struktuuri elementaarmuutus avaldub selles ühe seose eemaldamisel saadava *naaber-alamstruktuuri* ja/või ühe seose lisamisel saadava *naaber-ülemstruktuuri* näol. Struktuursest aspektist on taastatavus lihtne: igal naaberstruktuuril on teatav *taastav binaarorbiit*, millele rakendatud serva-operatsioon taastab lähtestruktuuri. Respekteerides Ulami arusaama taastatavusest kui kõikide alamgraafide isomorfismi, on selle hüpoteesi kallal töötatud palju, lõplikku selgust ei ole. Ants Tautsi poolt avastatud hüpoteesi servavariandi kontranäide oli hämmastavalt lihtne. Selles omavad graafid $\boldsymbol{G_A}$ ja $\boldsymbol{G_B}$ ainult ühiseid isomorfseid alamgraafe kuid ise need isomorfsed ei ole. Konstrueerisin sinna kõrvale ka veidi komplitseerituma näite. See on välja öeldud ja kirja pandud juba mõned korrad. Kuni tänase päevani pole keegi seda kontranäidet kahtluse alla seadnud, vähemalt pole sellest teatatud. Varem hämmastas see, et seitsme aasta jooksul ei ole selle vastu huvi tuntud. Mind see ei puuduta, sest „peasüüdlane" on Tauts, mina vaid aitasin takka. Minul on täpne ettekujutus, millega tegemist on.

Meelde on jäänud ka seminarid *graafi struktuuritöötluse heuristilistest algoritmidest*, mis toimusid 17. novembril 2003 ja 12. jaanuaril 2004. Hiljem sain aru, et ühe seminari raames mitut erinevat algoritmi ära seletada on riskantne.

Praeguse seisuga on põhiline, struktuurituvastusalgoritm arvutil realiseeritud kahel korral. Esimese variandi teostaja oli Valdo Praust. Selle tuumaks on tunnusmaatriksi moodustamine. See sai Praustile esitatud umbes järgmise lakoonilise kirjeldusena: *Naabertippude nimekirja põhjal leida iga tipupaari puhul nendevahelise kaugusega piirduva ümbruste ühisosa, saadud alamgraafi (st binaargraafi) sees fikseerida vastavalt tava* $\boldsymbol{-d}$ *või kollateraalne kaugus* $\boldsymbol{+d}$ *tippude vahel, tippude arv* $\boldsymbol{n}$ *ja servade arv* $\boldsymbol{q}$. *Saadud binaartunnused loendada maatriksi ridu pidi vektoriks (u-tunnus) ning korrastada selle alusel leksikograafiliselt maatriksi read (ja veerud) tipuklassideks. Iga tipuklassi raames järjestada maatriksi read (ja veerud) servade kuuluvuse järgi tipuklassidesse (s-tunnus).* Sellest piisas tookord senini töötava algoritmi realiseerimiseks. Teine kord sooviti saada samm-sammuline pikem üksikasjaline kirjeldus, mille detailide kallal palju vaeva nähti. Asjaolu, et tegemist on vaid tipupaari vahelise kaugusega piirduva ümbruste ühisosa leidmisega, jäi tähelepanuta. Teise, multiplikatiivsete

binaartunnuste programmi teostaja oli tookord A. Kreitsman. Meetodi edasiarendamist pidurdab asjaolu, et ma ise algoritmide programmeerimisega toime ei tule. See on kompleksne IT ülesanne.
Eelpoolmainitud struktuurituvastusalgoritmi tipu- ja tipupaariklassid on tegelikult *orbiidid*, mis on seotud *automorfismidega.* Automorfismi tõlgendatakse kui *lokaalset isomorfismi (isomorfismi iseendasse)*. Automorfismid moodustavad graafi automorfismirühma *Aut**G**.* Permutatsioonitehnika võtetega fikseeritakse selles rühmas *automorfismide transitiivsuspiirkonnad ehk orbiidid* $\boldsymbol{\Omega}$, mille elemente peetakse *ühesugusteks*. *Aut**G*** puhul huvitutakse peamiselt tipuorbiitidest. Kuna orbiit on automorfismide transitiivsuspiirkond ja automorfismid on seotud lokaalsete isomorfismidega, siis on ka *binaargraafide isomorfismiklass* $\{\boldsymbol{g}_{ij1}\cong\boldsymbol{g}_{ij2}\cong\ldots\cong\boldsymbol{g}_{ijq}\}\subset\boldsymbol{GS}$ seotud *binaarorbiidiga*. Isomorfismiklassi võib tõlgendada kui *isomorfismide transitiivsuspiirkonda*, mis on määratud orbiiti kuuluvate paaride hulgaga. Niisiis, isomorfism $\boldsymbol{g}_{ij1}\cong\boldsymbol{g}_{ij2}$ vastab paari automorfismile, isomorfismiklass aga binaarorbiidile, mida me ka paari *ekvivalentsus- või sümmeetriaklassiks* peame.

Rühmateoreetilise ja struktuurse käsitluse erinevustest ja kokkulangevusest orbiitide tuvastamisel:

1) Semiootilise mudeli tipu- ja tipupaari ekvivalentsusklassid kujutavad endast vastavalt tipu- $\boldsymbol{\Omega V}_k$ ja binaarorbiite $\boldsymbol{\Omega R}_n$.
2) Rühmateoreetiliselt ja semiootiliselt tuvastatavad orbiidid *langevad kokku!*
3) Erinevate struktuuridega graafid võivad omada üht ja sama rühma ***AutG***, kuid omavad erinevaid semiootilisi mudeleid ***SM.***
4) Suvalise graafi automorfismirühma kindlakstegemist peetakse keeruliseks ülesandeks, väidetakse koguni, et nende tuvastamise efektiivseid algoritme ei olevat olemas.
5) Rühmateoreetilise orbiidituvastuse korral võib sümmeetriliste graafide puhul permutatsioonide arv küündida faktoriaalini!, semiootilise tuvastuse puhul seda ei juhtu.
6) Rühmateoreetilise orbiidituvastuse korral tehakse seda tippude ja servade jaoks eraldi ning „mitteserva orbiite“ ei tunta. Semiootiline mudel ***SM*** tuvastab kõik tipu-, binaar(+)- ja binaar(-)orbiidid komplekssselt.
7) Tänapäevani peetakse orbiidituvastamist graafiteooria aspektist mingiks kõrvaliseks ettevõtmiseks. Semiootilises mudelis on see aga üks kesksemaid probleeme.

<u>Kolmapäev, 19.aprill 2004.</u> Täna möödub viis aastat SERRi seminaride algusest. Tuli teha kokkuvõtteid ja tähistada seda korralikult ettevalmistatud seminarina. ... Sain hakkama ka SERRi suhete klaarimisega Krediidipangas ja „2003. a. majandusaasta aruandega” Maksuametile (see sisaldas muidugi vaid nullikesi ja nende põhjendamist).

<u>Kolmapäev, 15. september 2004.</u> Pidasime ära heuristikaseminari. Võhandu uuris mu aksioome põhjalikult. Minu „funktsioonid” algoritmide mõttes ei läinud talle kergelt peale, kuid õngitses mõned trükivead välja. Jälle oli juttu prestiižikast publitseerimisest.

13. novembril sain Võhandult kurva teate, meie Ants Tauts on surnud ja maha maetud. Tauts oli üks vähestest eesti matemaatikutest kes on tundnud huvi intuitsionistliku loogika vastu. Tartu Ülikoolis oli ta üks algebraist Jaak Hioni õpilasi. Hiljem töötas seal õppejõuna. On töötanud ka TÜ Füüsika Instituudis, Küberneetika Instituudis ja Eesti Energeetika Instituudis. Tauts on olnud Eesti Matemaatika Seltsi, Šveitsi Kultuuriseltsi ja ka SERRi üks alusepanijaid, juhatuse liige. Tauts on Ulami hüpoteesi servavariandi defekti avastaja.

<u>Teisipäev, 16. november 2004.</u> Eilne sümmeetria teemaline seminar sai ära tehtud. Võhanduga tekkis vaidlus transitiivsuse üle, kuid näis, et asi klaariks sai.

Transitiivsusel on graafiteoorias kolm täiesti erinevat tähendust: a) automorfismide transitiivsuspiirkondadest johtuv – see, millest räägib, näiteks Regina Tõškevitš ja tema järgi ka mina; b) teatud automorfsetest *n*-ahelatest johtuv *unitransitiivsus* – mida defineerib Frank Harary; c) teatud tüüpi suunatud graafid – see, millest räägib Leo Võhandu.

<u>Teisipäev, 30. november 2004.</u> Nädalavahetusel saatis Võhandu mulle ühe tiheda graafi klikituvastuseks. Selles pidin küll avama ühe binaargraafi aga kätte ma need klikid sain. Suurima ja mõned väiksemad. Igal juhul viin selle ka „Struktuurikildudesse". …



Seminari kohvipaus: vasakult Ants Tauts, külaline Madli Viires, I. Sundelevitš ja L. Võhandu

Aastatel 2004 – 2005 sai käidud ka Võhandu poolt korraldatud graafiseminaridel. SERRi seminarid kulgesid oma rada. Oli ka vaidlusi, kuigi hästi ei läinud peale märgimaatriksi, kui graafi struktuuri kirjeldava *teksti* lugemise mõte.

Huvi taieste struktuurimise asjus ei olnud veel kadunud. Meie Ilja S. pidas vajalikuks korraldada mulle kohtumine kuulsa *concrete poetry* viljeleja, insenerihariduse kunstniku Raul Meeliga. Viimane oli ettevalmistanud suure hulga oma *konkreetse poeesia* alaseid taieseid, pakkus kohvilauas oma traditsioonilist meemõdu ja asusime tööle kallale. Ta selgitas oma kontseptsioone, mis olid arusaadavad, kuid tema taieseid ei suutnud ma ühe mõõdupuu alla panna küll. Suutsin vaid konstrueerida talle ühe „konkreetpoeetilise graafi", mis tundus talle huvi pakkuvat. Siiski jõudsime jutuajamises kaugemale kui kunagi Tõnis Vindiga, RM on konkreetsem. Sellele vaatamata ei suutnud ma haakuda, minu enda pulgad peas seda ei lasknud. Muidugi ei ole ligiemiste probleemide ignoreerimine eetiline.

Koostöö laienemine

Meil oli kombeks pidada 30. septembril *graafide päeva.* Graafide avastamise aastaks peetakse 1736, kui Leonhard Euler avaldas oma Königsbergi sildadega seotud logistilise probleemi lahendamise tulemused. 2006. aastal oli sellest möödunud 270 aastat. Otsustasime Jüri Martiniga, et seda tuleb tähistada *graafide alase konverentsiga.* Seda enam, et oli möödunud 15 aastat Eesti esimesest graafide ja rakenduste konverentsist, mille pidime korraldama algselt meie. Teatud asjaoludel olime sunnitud selle üle andma TÜ matemaatikateaduskonnale.

2006. aasta tippsündmus oligi 23. septembril toimunud *Eesti teine graafide ja rakenduste konverents*, mis oli pühendatud graafide 270., *grand old man* Frank Harary 85. ja graafiteooria 70. sünniaastale. Sissejuhatava sõnavõtu tegi Jüri Martin, ajaloolise ülevaatega graafiteooriast esines John-Tagore Tevet.

Kavas oli veel:

Graph structures in Universal Chess – Jorma Kyppö, Jyväskylä University;
Current data mining challenges describes ads graphs – Innar Liiv, TTU;
Graphs, ordinations and cliques – Leo Võhandu, TTU;
The clique algorithm – Ashay Dharwadker, Gurgaon;
Graafide struktuurisemiootilise käsitluse alused – John-Tagore Tevet, SERR.
Graafiteooria roll energeetika süsteemuuringutes – Lembit Krumm, TTÜ

Omavahel nimetasime seda *graafide kammerkonverentsiks.* Seda võib kordaläinuks pidada, sest kõik oli Euroülikooli poolt ilusasti korraldatud ja ilmuvad ka konverentsi materjalid.



Kammerkonverents toimib …



… ning peab kohvipausi. Vasakult: I. Liiv, J. Kyppö, L. Võhandu, U. Madar. Tagaplaanil L. Krumm ja J. Tevet

Meil Eestis tuntakse huvi peamiselt struktuuri üksikomaduste, sh klikituvastamise vastu. Sellest ka Achay Dharwadkeri klikituvastusalgoritmi esitus konverentsil. Praktilisi algoritme on meil välja

töötanud Denis Kumlander. Neid peetakse siin parimaks saavutuseks graafide vallas. Teistes samalaadsetes algoritmides, näiteks Ashay Dharwadker'i omas leitakse vaegusi. Nii võib see ollagi.

<u>Laupäev, 7. oktoober 2006.</u> *Tegelen oma konverentsikogumiku artiklite „A historical review" ja „On the foundations of structural approach to the graphs". Tegemist jätkub. Võiks saata kuskile „prestiižikamasse" väljaandesse. …Uitmõte: TTÜ raamatukogus on töötluses teos „An Atlas of Graphs" (454 lk). Sooviksin seda näha, selle olemasolust teadsin juba Võhandu kaudu. Ideaalne oleks sealt kõik graafid struktuurisemiootiliselt läbi töödelda. Selleks peab muidugi arvutiprogrammi täiendama. See on mitme-inimese projekt, mis aitaks teatud seisakust välja tulla.*
Konverentsi kogumik ilmus *Baltic Horizons'i* eriväljaandena 2007 aastal. *Graafiatlas* sai korralikult läbi vaadatud, valikuliselt ka graafe töödeldud, mida kajastab SERRi vastav teavik.

2008. aasta mais tabas meid teine raske kaotus, milline puudutas eriti mind – suri SERRi üks asutajaliige, tegevdirektor, tekstiilikunstnik Helem Kauksi. Ta õppis Tartu kunstikoolis ja ERKIs, töötas Mistras vaibakunstnikuna, õpetas maalimist Eesti Kunstiakadeemias, hiljem vabakutseline. Õpilased mäletavad teda intensiivse ja jõulise õppejõuna: tööde vormistamise kultuur, peen esiletõstmise võttestik – täpne orkestreering. Intensiivsest loometööst kõnelevad isikunäitused. Vaipadega esines ta Saksamaal, Soomes, Rootsis, Taanis, Ungaris, Lätis, Leedus, Ukrainas jne. Tema töid on Eesti Tarbekunstimuuseumi ja Tallinna Linnamuuseumi kogudes, erakogudes üle maailma. Tähelepanuväärne on ka tegevus maalijana. Omanäolised püüdlused avalduvad sündmustele ja isikutele pühendatud vaipades *Lugu* (Tallinna Raekoja 650. aastapäevale), *Kokkupuude* (Eesti balleti 85. aastapäevale), *Hümn* (Lennart Merile pühendatud) jt.

Samal aastal algas tihedam koostöö india matemaatiku Ashay Dharwadkeriga polünomiaalse *The Graph Isomorphism Program* näol. Tegemisi, kooskolastamisi ja selgitamisi oli palju. Paraku ei tahtnud ta märgimaatrikseid lõpuni dekomponeerida, tal oli selleks oma põhjus.

Niisiis, Dharvadker-Teveti polünomiaalne algoritm rajaneb mittetäielike märgimaatriksite S_A ja S_B formeerimisel, kus iga sagedusvektorite baasil eristatud tipuklassi V_{Ak} ja V_{Bk} raames toimub nende maatriksite ridade ***i*** ja veergude ***j*** ümberjärjestamine isomorfismi substitutsioonide tasemel tuvastamise eesmärgil. Märkimisväärsed on siin järgmised momendid:

A. Algoritm rajaneb maatriksite S_A ja S_B ridade ning veergude klassikalisel ümberjärjestamisel, mis viib kindlalt isomorfismi tuvastamisele tippude üksühese vastavuse (substitutsioonide) fikseerimise täpsusega.
B. Sümmeetriliste (transitiivsete) graafide puhul peaks maatriksite ümberjärjestamine nõudma ***n!=NP*** sammu, kuid algoritm minimiseerib selle polünomiaalseks ***P.***
C. Algoritmi isomorfismituvastus ja polünomiaalsus on üksikasjalikult tõestatud.
D. Algoritmi käsitlemine ja tulemuste esitamine on eeskujulikult disainitud.

See kõik sai ühisartiklina ära vormistatud. Substitutsioonide fikseerimine teeb algoritmi tugevalt sümmeetriliste graafide puhul paraku küllaltki aeglaseks.

<u>Teisipäev, 10. veebruar 2009. a.</u> *Korrigeeritud ühisartikkel ripub juba Ashay kodulehel kui S.E.R.R.i väljaanne. Ta on huvitatud ka kavandatavast „igihaljale isomorfismiprobleemile" pühendatud seminarist, kus on plaanis esitada meie algoritm. Arvan, et Ashay tuleb SERRi liikmeks võtta. … Seminarimaterjalid nõuavad veel sättimist. … Eile tundus ilm juba kevadine olevat, täna aga tunnen end nõrgana. … Tööd tehes läks enesetunne paremaks. … Ma imestan Ashay töökust ja missioonitunnet. Ta tegeleb ju „igihaljaste" probleemidega nagu neljavärviprobleemi uus, Steineri atribuutidele rajatud tõestus jne.*

<u>Neljapäev, 12. veebruar 2009. a.</u> *Isomorfismiseminar läks korda. Võhandu tõi sinna veel mõned magistrandid ja doktorandid. Lõpuks tegi kokkuvõtte „Teveti mõõdu" teemal. …. Ashayle saatsin asjade käigu lühikirjelduse ja fotod, millele ta üliviisakalt reageeris. Eks ma teda ju reklaamisin ka. … Uurisin välja, et Ashay ei ole teinud oma programmi sammsammuliselt minu algoritmi järgi. Ju oli see*

vajalik maatriksi ridade-veergude ümberjärjestamiseks. … Probleeme jätkub veel. Selgeks pole veel räägitud klikkregulaarsuse olemus jne.



Isomorfismiprobleemi seminaril osalejaid: tudengid, J. Tevet, M. Tombak, L. Võhandu ja A. Raja

Reede, 13. veebruar 2009. a. Leian, et meie Ashayga ühisartiklit peab täiendama ajaloolise lühiülevaatega isomorfismiprobleemi „igihaljusest“. … Sellele, kui S.E.R.R.i väljaandele tuleb võtta ISBN kood ja digarisse ülesse riputada. Võhandu tahtvat seda ka A&A´s refereerida.

Reede, 27. märts 2009. a. Harjutan end mõttega haiglasse operatsioonile minemisest – seda ka miljöövahelduse pärast. Vaheldust on vaja. Kaasa võtan muidugi Mallorca, sest WiFi on seal olemas. Praegu aga panen „Müsteeriumi“ mustandmaterjali kokku. Loodetavasti ei tule sellest mingi tavaline postulaatide ja propositsioonide kogum. … Jüri Martiniga leppisime kokku, et 22. aprillil toimub S.E.R.R.´i üldkoosolek. Valime uue juhatuse, sinna ka Ashay ja otsustame, kas S.E.R.R. jääb Eestisse või kolib Indiasse.

Laupäev, 28. märts 2009. a. Täna lõpetan töötegemise, homme valmistun haiglasseminekuks. Kõige tähtsam on „Müsteeriumi“ materjalide komplekteerimine ja Mallorcasse salvestamine – et haiglas ka midagi teha oleks. Eks näe! Ashay saatis SERR´i liikmeks astumise avalduse.

Probleeme on graafi regulaarsustega. *Graafi regulaarsus* on tippude ja/või servade omadus olla teatud mõttes ühesugused. On olemas erinevaid regulaarsusi. Graafi regulaarsuse peamine, hästituntud variant on nn regulaarne graaf' – graaf mille kõikide tippude valentsused on võrdsed, st iga tipp omab sama arv naabertippe. Kuna regulaarsete graafide raames võib esineda ka teisi regulaarsusi, siis nimetagem esimest *valentsregulaarsuseks*. Kõikide graafide hulgas domineerivad *mitteregulaarsed*, regulaarsete osakaal on kaduvväike.

Täiendavad regulaarsused on: 1) Valentsregulaarne graaf, mille kõikide naabertippude vaheline kaugus on d, on *d-distantsregulaarne* (näiteks, Peterseni graaf on *2-distantregulaarne*). 2) Valentsregulaarne graaf, mille kõik tipud kuuluvad vöösse ümbermõõduga d on *d-vööregulaarne* (näiteks, valentsregulaarne Peterseni graaf on *5-vööregulaarne*). 3) Valents-regulaarne graaf, mille kõik tipud kuuluvad klikki võimsusega n on *n-klikkregulaarne* (näiteks, Peterseni graafi täiend on *4-klikkregulaarne* ning koosneb neljast lõikuvast 4-klikist). 4) Valentsregulaarne graaf, mille iga naabertippude paar omab $a \geq 0$ ühist naabrit ja iga mittenaabertippude paar omab $b \geq 1$ ühist naabrit on *tugevregulaarne* (näiteks, Peterseni graaf on ka *tugevregulaarne*). Need regulaarsused on semiootilisest mudelist hästi välja loetavad. Erinevad regulaarsused on omavahel seotud. „Kõige

tugevam regulaarsus“ on *sümmeetria*, kus on samuti tegemist ühesuguste kordumisega ehk ekvivalentsusklassidega (näiteks, Peterseni graaf on *bi-sümmeetriline*).
Üheks SERRi koostööpartneriks on Pariisis töötav informaatik Blazej Podsiadlo, kes oli välja-pakkunud ühe huvitava isomorfismituvastusprogrammi.

<u>Teisipäev, 21. aprill 2009. a.</u> Blazej käest sain Ashay näidete alusel tehtud isomorfismituvastuse reaalajad. Praegu on arusaamatu see, et kõik tuvastused toimuvad vähem kui ühe sekundi raames, v.a. Netšepurenko-Klini graaf, kus see on 67 minutit (?!). Blazej saatis ka oma CV, mis on väga põhjalik – 5 lehekülge. … Täna pean end klikkregulaarsuse ettekandeks ette valmistuma.

<u>Neljapäev, 23. aprill 2009. a.</u> Blazej korrigeeris programmi ja viis eelpoolmainitud tuvastamise 4^{le} minutile. Tubli! … SERRi I üldkoosolek ja 38. seminar on maha peetud. Valisime SERRi uue juhtkonna Johni, Jüri ja Ashay näol, uuteks liikmeteks võtsime veel Mati T. ja Blazej P. … Seminaril püüdis Võhandu klikkregulaarsuse olemasolu vastu protestida. … Peale seminari tundsin end paremini, nüüd saab siis jälle „Müsteeriumi“ materjalide juurde tulla.

<u>Esmaspäev, 27. aprill 2009. a.</u> Väljas on kevadilm. … Paar päeva tegelesin „Müsteeriumiga“. Natukene tüdinesin, paratamatult põimub sinna palju varemesitatut. Täna saatsin Erkile „Graafispikri“, selle koostamine on palju lõbusam, see ei pea mitte nii ametlik olema. Ta hakkas sellesse (isomorfismiprobleemi) isegi süvenema. Palusin, et ta teataks mulle, millest on raskem aru saada. Eks näe. … Blazejle tutvustasin klikkregulaarsuse probleemi, Ashayle rääkisin Müsteeriumist ja Innari kutsusin serrlaste hulka. … Teen täna lugemispäeva, loen vist Frankensteini.

<u>Teisipäev, 28. aprill 2009. a.</u> Frankensteinini ei jõudnudki, hakkasin hoopis Wolframi tugevregulaarsete graafide nimekirjas puuduvaid, kuid minu poolt fikseeritud graafe korrastama, et neile teatada. … Blazejlt sain vastuse, kus ta muuhulgas küsib, kas meie juures saaks ta doktorit teha. Pean sellest Võhandule rääkima.

<u>Kolmapäev, 29. aprill 2009. a.</u> Ebaõnnestumiste päev. Wolframile ei õnnestunud teavet saata, viga olevat saatmise ebakorrektsuses (!?). … Nüüd jääb üle vaid klaarida asju Bazejga ja tegelda Müsteeriumiga.

<u>Teisipäev, 12. mai 2009. a.</u> Tegelesin peamiselt „Müsteeriumiga“, täiendamist ja korrigeerimist oli küll. Minuga võttis ühendust arvutiteaduse tudeng Philippe Leal Brasiiliast. Tal oli küsimusi binaarmärkide kohta. … Innar saatis teate, et täna esineb Tartus tuntud semiootik Umberto Eco, mida on võimalik ka internetis jälgida. … Niisiis asjad liiguvad tasapisi, „Müsteerium“ enamvähem kokku pandud. Plaanime 27. mail seminari teemal „Mida teha Ulami hüpoteesiga?“. Ashay saadab selleks ajaks oma arvamuse.

<u>Esmaspäev, 26. mai 2009. a.</u> Seminarimaterjal Ulami hüpoteesist on koos, koos sinna kuuluvate Ashay Dharwadkeri ja Blazej Podsiadlo materjalidega. Vaated on seinast seina, Ashay ülim korrektsus ja konservatiivsus, Blazej julge pealehakkamine ja minu struktuurisemiootiline interpreteering. Üks kaasautoreid on ka kadunud Ants Tauts, kui sellehüpoteesi servavariandi kukutaja.

<u>Pühapäev, 31. mai 2009. a.</u> Seminariga sain maha. Paraku osutus materjali maht liiga suureks, et seda üksipulki esitada. … Kell on praegu 1.06 kui lõpetan Mystery teise peatüki tõlkimise. … Eilne ilm oli juba suvine.

Kuna graafomaaniks olemise kõrval olen ka grafomaan, tekkis mõte kirjutada mälestusraamat SERRi tekstiilikunstnikust tegevdirektorist Helen Kauksist. Siin ei mänginud rolli mitte tema „tegevdirektoriks“ olemise asjaolud, vaid isiklikud. Kõik need lood taiese struktuursest analüüsist olid inspireeritud Heleni poolt. Tutvusin temaga veidi enne SERRi tegevuse algust. Mälestusteaviku kokkupanemiseks vajasin rohkem teavet Helenist. Alustasin otsinguid. Kogusin kokku kõik meedias kajastatu tema ja Heleni loomingu kohta, küsitlesin tema kolleege ja sõpru, kogusin fotomaterjali temast ja tema loomingust. Leppisin kokku Heleni endise kolleegiga raamatu kujundamise asjus ning

tekstiilikunstnike liiduga Kultuurkapitalilt toetuse saamises. Kõik see võtab parasjagu aega ja ringirändamist. Nimetasin seda tegevust *Heleni projektiks.*

Põhitöö ise käis kahes suunas. Esiteks, otsin kontranäiteid iseenda tõekspidamistele graafidest. Selleks tuhnisin läbi kogu „Graafiatlase" ja kontakteerusin inimestega, kes on konstrueerinud raskelttuvastatavaid graaf-struktuure. Näiteks Mihhail Klin ühest Israeli ülikoolist jt. Paraku (või õnneks!?) ei õnnestunud leida ühtki graafi, mille struktuuri ja orbiite ma oma semiootilise mudeliga tuvastada poleks saanud. Teiseks suunaks oli arusaamade formuleerimine ja „kirjastamine" SERRi teavike näol. Parajasti oli käsil teema *graafide struktuuri semiootilisest 'müsteeriumist'* (mida ms siin *Müsteeriumi* nime all olen maininud). Vahepeal uurisin veidi Mullat-Võhandu *monotoonset süsteemi*. Mina ei lugenud sellest muud välja kui graafi kanoonilise esitamise varianti, mis võib olla tuvastab ka tipuorbiidid.

<u>Reede, 18. september 2009. a.</u> Viimased päevad möödusid SERR'i 10. aastapäeva „juubeliseminaril" arutatava teema „mis on graaf" ette valmistamiseks. Arvamusi selle kohta laekus ka Mikhail Klinilt ja Innar Liivilt. Ashay on jäänud truuks klassikalistele määratlustele. Avastasin, et Blazej programmi „kanooniliste väljundite" põhjal võib graafide sarnasust mõõta. Seminar ise möödus hubaselt, oli küsimusi ja arutlusi. Sain hakkama oma väikese Mallorcaga, mille taha õnnestus projektor panna. … Võhandu tuletas meelde, et lubasin juubeli puhul viski lauale panna. Mul oligi varutud üks „Scottich Leader", soodavesi, šokolaadikarp ja igaks juhuks ka papptopsikud. Kõik kulus ära. … Täna saatsin seminari „aruande" Ashay'le. … Vahepeal sain Heleni projekti tarvis Madli Viireselt korraliku kirjapaneku, Lija Karolinilt vastused küsimustele ja Heleni õelt Vallilt käsu lõpetada see „sopaka" kirjutamine. … Mulle tundub, et võin praegu graafiprojektid korraks kõrvale jätta ja pean intensiivsemalt Heleni projektiga tegelema. Vist pean selles asjas ka Haapsalus ära käima.

<u>Reede, 25. september 2009. a.</u> Ashay'le meeldisid Prausti graafid ja muusikalise taustaga link Heleni loomingust. Ttäiendavate invariantide algoritmidest ta ei näi vaimustatud olema. Vahetasime temaga ka kodulehtede külastatavust esitavaid faile. Tundub, et meie isomorfismiprobleemi veebi külastajaid on umbes samapalju kui SERRi graphs-veebi külastajaid. Viimases on tõepoolest graafi isomorfismi ja kanoonilise esituse osa kõige külastatavam. Graafiprojekt ise on hetkel stagneerunud olekus. Programmeerimisabi ja täiendavad eksperimendid oleksid hädavajalikud.… Heleniprojekt edeneb tigusammul. Võrust loodan saada andmeid Heleni mehe Kalle Kauksi kohta, fotosid ja vastuseid mõnele küsimusele.

<u>Esmaspäev, 28. september 2009. a.</u> Korrastasin oma Heleniprojekti kirjapanekuid. Algus on olemas, vahepealt puudub palju. Oma kroonikat võin kasutada vaid tükati, lõpp tuleb kokku kirjutada täiesti omaette. Seda on kurb teha.

<u>Kolmapäev, 30. september 2009. a.</u> Täna, graafide 273. aastapäeva tegemisi alustasin Heleniprojektiga ja lõpetan Ashay projekti küsimuse, „kuidas konstrueerida isetäienduvat graafi?" üle mõtisklemisega. Mikhail Klin'i torkasin „isomorfismi mõõtmise" probleemiga.

<u>Laupäev, 3. oktoober 2009. a.</u> Tänasel jalutuskäigul tundsin, et olen horisontaalasendis kirjutamise ja arvuti taga istumisega paksuks ja hingeldavaks muutunud, püksid pigistavad jne. Jube! Peaks mingi kepikõnni või muu ette võtma. … Üks isetäienduv graaf õnnestus intuitiivselt esimese katsega kokku panna kuid algoritmi veel pole. Nagu ma aru saan pole sellist algoritmi veel üldse olemas. … Heleni Projekt ootab praegu reageeringuid tema kolleegidele väljasaadetud küsimustele.

<u>Neljapäev, 8. oktoober 2009. a.</u> 45-tipuliste isetäienduvatega näen vaeva, üks konstrueeritu osutus varemtehtu täiendiks jne. Pean jätkama. … Blazej saatis oma Jawas tehtud isomorfismi-programmid, nende lahtipakkimiseks vajan ilmselt Innari abi. … Heleni Projekti asjus saatis mitmeleheküljelise kaastöö Kalle hambatohtrist õde, Heleni vend Viktor näib seda ignoreerivat, nii nagu tema õde Valligi.
<u>Teisipäev, 13. oktoober 2009. a.</u> Ashay asutas äsja Institute of Mathematics, Gurgaon. Sisuliselt on tegemist Dharwadker Profile'le vastava „Dharwadker's Institute of Mathematics'iga". Kõik temaga

koos töötanud kuuluvad sellesse. Tekkis küsimus Instituudi ja SERR'i koostöö vormist. Tegin talle ettepaneku teha SERR'ist Estonian Branch the Gurgaon Institute of Mathematics. Tema oli sellega väga nõus ja mina rahul. Siin lähen mina koos struktuurisemiootikaga mulda, India pinnal võib see aga õitsele puhkeda. Instituudi asutajaliikmed on Ashay, mina, Vladimir Khachaturyan, Ashay vend Vinay, Jüri Martin ja S. Pirzada. Instituudi suundumusteks on matemaatika kultuur, alusuuringud ja rakendused.

24. oktoobril allkirjastasime järgmise harta:

CHARTER

24th October 2009

The Institute of Mathematics has been created in collaboration with the Structure Semiotics Research Group S.E.R.R. Eurouniversity, Tallinn, to support the advancement of mathematical knowledge and its applications and to promote and enhance mathematical culture in India and around the world.

The goals of the Institute of Mathematics are to expand the frontiers of mathematical knowledge through focused research projects and to act as custodians of the copyrights and patents, where applicable, for the research accomplishments of its members.

The members of the Institute of Mathematics have come together through shared research interests and they aim to continue the dissemination of mathematical knowledge by publishing papers and books, organizing seminars and providing online lectures for the public benefit.

Reede, 30. oktoober 2009. a. Gurgaoni Matemaatikainstituudi koduleht http://www.dharwadker.org/iom *on korras, sai päris uhke. Töötan pooleteisel teljel, ühega Heleni projekti kallal, kuhu teavet immutan, ja poolega Ramsey graafide vallas.*

Esmaspäev, 23. november 2009. a. Heleni projekti teksti osa hakkab valmis saama, täpsustada tuleb Mistra aeg ja Kalevilt midagi kuulda. Alustasin piltide valimisega. Vaibapilte kipub vajaka jääma, peab juurde skaneerima. Kuuldavasti tahavad tektiililiidulased minu teksti lugeda, et kas ma ikka „õiget" asja kirjutan.

Reede, 18. detsember 2009. a. Ashay teatas rõõmuga, et meie oopused on Brasiilias ametliku õppematerjalina luubi alla võetud ning võib-olla trükitakse mõni ka ära. Tubli, brasiillased!

Uue aasta ööl teostus ammune mõte tippida traktaat *loomingust kunstis ja teaduses* arvutisse. Selle kirjutasin nö ühe hingetõmbega ära. Hiljem illustreerisin seda ning tõlkisin inglise keelde. Nüüd on traktaat ka SERRi kodulehele lisatud.

Meie *Euroülikool* kannab nüüd *Euroakadeemia* nime. Arutasime Jüri Martiniga Euroakadeemia ja Gurgaoni Matemaatikainstituudi artiklikogumiku ilmutamist.

Neljapäev, 28. jaanuar 2010. a. Üleeile sai Heleni teavik digarisse ülesriputatud, millest ka asjaosalistele teatasin. Sain mõned tänureageeringud ja paar kriitilist märkust Iljalt. Need on lahendatavad. Omaalgatuslikult on seda aktiivselt toimetama hakanud Riste Laasberg kaasates teisigi. Kadi Pajupuu olevat tema sõnul lubanud seda kasvõi tasuta küljendama hakata. Innar lubas trükkimisteavet hankida. … Paneks korraks selle kõik kõrvale ja mõtleks artiklikogumiku peale.

Laupäev, 6. veebruar 2010. a. Artiklikogumiku peale olen mõelnud, kuid sellega piirdunud. Tõlkisin ära Heleni Summary, mille ma Ashay palvel ka talle saatsin. Heleni teaviku trükkimise asjad on segased. Hinnapakkumised on 30 ja 60 tuhande krooni vahel. Heleni kunagine diplomitöö juhendaja Merike Männile lubas ilmutamisasju Eesti Tekstiilikunstnike Liidu kaudu ajada. Kahtlane, tekstiillased kardavad, et nad jäävad siis oma KULKA aastanäituse toetusest ilma.

Heleni 60. sünniaastapäevale pühendatud näitus Lühikese Jala Galeriis (18. aprillil) oli hästi klapitud ja korraldatud. See oli ka Sirbis välja kuulutatud. Minupoolne panus oli vaid suur kohupiimakringel

ning patarei valget ja punast poolmagusat veini. Peale traditsiooniliste tekstiillaste tuli kohale ka teist rahvast. Selle ürituse jätkuna toimus 28. aprillil SERR'i seminar loomeprobleemide vallast, kus ka kolm tekstiilikunstnikku osalesid. Kulges normaalselt, kuigi kõigile ei olnud selline probleem harjumispärane.

Heleni projektiga oli tegemist küllaga. See pidi ilmuma korralikult küljendatuna ja taieste reprodega illustreeritud raamatuna. Suurema osa materjali panin nö arhiiviandmete alusel ise kokku ning sain väärtuslikke mälestuskilde tema endistelt kolleegidelt. Nagu kõikide SERRi projektide puhul, nii ei saanud ka see KULKA (st Kultuurkapitali) toetust. Tuli välja anda tavalise SERRi teaviku vormis. Kujundusega pidin ka ise hakkama saama. Raamat sisaldas hulga värvilisi reprosid ja tekkisid finantsprobleemid. Asi lahenes sellega, et Saaremaa Kunstistuudios oli ära müüdud üks Heleni suurem vaip ning tekstiililiidulased korraldasid selle summa SERRi arvele. Sellele summale lisandus ka Noarootsi valla toetus. Nii sai Heleni raamat 50 eksemplaris välja antud ning vajalikele institutsioonidele ja isikutele laiali jaotatud. Alles ei jäänud ühtegi eksemplari, soovijaid oleks olnud rohkemgi.

Laupäev, 25. september 2010. a. Töö kõrval püüan nüüd ka tuba korras hoida, koristan ja leian kultuurikihi alt huvitavat materjale, näiteks 1996. a. kirjutet „Pilguheit heuristikasse". Vaatasin selle läbi, jäin rahule ning arvan, et sobib sisse põimida järgmisse SERRi teavikku „Graafide varjatud külgi". … Avastasin enda jaoks Rubiku kuubiku, kuid mitte mängimiseks. Selle peal saab väga hästi ära seletada süsteemi, struktuuri ja orbiidi (positsiooni) olemused ning nendevahelised suhted. Selleks tuleb vaid kokku panna „Rubiku graaf" ja moodustada selle semiotiline mudel. …Olen asjade kadumiste ohver. Paar nädalat tagasi kaotasin poes oma rahakoti koos pangakaardiga. Oli pühapäevane päev ja pangakaardi sain sulgeda alles esmaspäeval. Üleeile kaotasin oma armsa sõrmuse, see „haihtus" tee peal käest täiesti arusaamatul kombel. Koju tagasi jõudes kontrollisin igaks juhuks sõrmuse olemasolu teadaolevas panipaigas. Sõrmuse asemel oli tekkinud sinna kraadiklaas, mida olin varem intensiivselt otsinud. Taolisi „kummitusi" on varemgi olnud.

Selle aasta lõpus algas serrlase Erki Teveti privaatprojekti *Aussieround* teostamine. See tuur on kirjeldatud ja fotodega illustreeritud saidil http://aussieround.com kus Erki kirjutab: *Kogu reis kestis 82 päeva, mille jooksul on läbitud 18 800 km. Läbi on sõidetud kõik Austraalia mandril asuvad osariigid (v.a. Tasmaania). Kuigi reis oli pikk igas mõttes, on nähtud ainult väike killuke Austraaliast. See maa erineb Euroopast nii looduse kui ka tavade poolest ning üllatusi oli igal sammul. Erinevad looduse vingerpussid on Austraalias igapäevane nähtus. Sealoleku aja jooksul olid Queenslandis üleujutused ja tsüklon ning Victorias tulekahjud. Ajaliselt õnnestus mul oma teekond läbida ilma, et erinevad loodusjõud oleks seda eriti takistanud.* Erki on taastanud ühe 1963. aasta Volkswagen splitbus'i, millega ta mööda vastavaid kokkutulekuid mööda ilma tuuritab. Tuuritajad oleme mõlemad, Erki mööda maad, mina mööda graafe.

Jaanuari lõpuks oli SERRi ja Gurgaoni Matemaatikainstituudi artiklite ühiskogumik *Baltic Horizons No 14 (111), December 2010* kaante vahel ilmunud. See on ilusa väljanägemisega kuid väikeste küljendamisapsudega. Suurem aps oli see, et loominguprotsesse käsitlev esiartikkel oli teadmata põhjusel välja jäänud, mis ka Jürit ehmatas. Suurt häda sellest muidugi pole, väljaarvatud see, et eessõnas on sellele viidatud. … Leppisime kokku, et seminar toimub 9. veebruaril.

Neljapäev, 10. veebruar 2011. a. Arvan, et asun uuele, nö viimasele ringile. Eilne, 37. SERRi seminar kulges asjalikult ja ma jäin rahule. Vaatamata sellele, et Jüri oli kadunud ning ma pidin seminari korraldamiseks paluma kantseleiproua abi. Seminaril esitasin kõigepealt meie uusi väljaandeid Baltic Horizons eriväljaande, Jüri ökoloogiamonograafia ja oma „Graafide varjatud külgede" näol. Kõik kulus asjaks ära. Rääkisin seal süsteemi, struktuuri, positsiooni ja graafi teemal, seda Rubiku kuubiku peal „puust ette tehes". … Täna alustan oma „Hiddes sides … " materjali saatmist digarisse, kuna see on nüüd RR's ja TLÜAR's, välja kuulutatud.

Mõttes mõlkus jälle *igihalja isomorfismiprobleemi* ja *struktuurse ekvivalentsuse* suhe. Otsisin nö professionaali selle küsimuse lahkamiseks. Mikhail Klin (Ben-Gurioni ülikool) soovitas mulle Ilya

Panomarenkot Steklovi matemaatikainstituudi Peterburgi filiaalist. Mikhail oli kunagi oma *algebralise kombinatoorika* baasil kokku puutunud isomorfismiprobleemiga, millele Ilya P. pidi mingi hinnangu andma. Mikhail sai tollal pigem küll negatiivse hinnangu, kuid mina olin nõus eksperimenteerima. Võtsin Ilya P'ga ühendust, ta oli nõus, kui tema ja tema daami sõidukulud kinni makstakse. Rääkisin sellest Jürile ja ta nõustus sellega. Seminarpäevana leppisime kokku 23. mai. Hakkasin Ilya P'le vastavasisulist ülevaatematerjale saatma. Sain isegi mõned asjalikud küsimused, mida selgitama pidin.

Siis algasid väikesed segadused. Selgus, et neile ei sobi Peterburg-Tallinn otseühendus. Nad tulevad lennukiga läbi Helsingi. Ka küsimusi ei saanud ma enam. 21. mail võtsime nad Jüriga lennujaamas vastu ja viisime hotelli. Järgmisel päeval saime Ilya P'ga kokku ning pidime täpsustama seda, mida ta seminaril räägib. Alustasin muidugi küsimusega sellest, mida ta on aru saanud minupoolt saadetust. Sain aru, tal pole selle kohta mingit arusaamist (siiski poetas ta vaikselt lause, et arvamuse formuleerimine on väga aegavõttev ja kulukas ettevõtmine). Esimene asi mis mul sel hetkel pähe tuli, oli piinlikkus Jüri ees, et ma talle nii kallid külalised kaela määrisin, kuid mul tuli teha hea nägu ette.

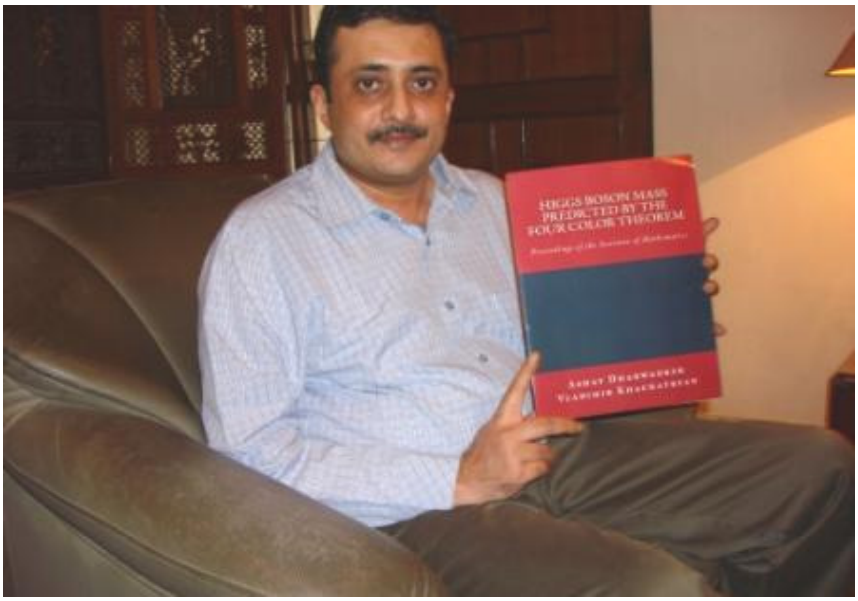
Ilya P. on eluaeg Leningradis-Peterburis elanud, kuid pole kunagi Tallinnas käinud. Siin huvitas neid vaid loomaaed (?!). Viru tänava kohta arvasid nad, et Nevski prospekt on palju etem. Sõidutasime neid Erkiga siiski ringi. Nad vaimustusid hoopis Lasnamäest. Selles ma sel momendil vastu vaielda ei saanud. Me sisenesime Lasnamäele õhtupoolikul laululava tagant, kui päike paistis sealsete uute valgete majade peale ja kõik paistis tõepoolest uhke ja klants olevat. Tuuri lõpetasime Tallinna panoraami näitamisega Meriväljalt, mida nad ka juba imestama hakkasid. Imestama pani neid seegi, et meil on käibel Euro ja omame tahvelarvuteid.

Seminar toimus 23. mail suures auditooriumis, mille Jüri ka oma tudengitega täitis. Seminari olin ettearvatult nimetanud *Evergreen isomorphism problem*, mis Ilya P. poolt maha kriipsutati ning asendati nimega *Isomorphism disease in XXI century*. Tema ettekanne oli ladus leivanumber sellel teemal. Õnneks oskasid Võhandu ja Liiv temalt ka midagi küsida. Kallite külaliste südamlik hüvastijätt toimus Jüri kabinetis, kus neile raha kätte anti. Sellega oli meie eksperiment teostatud.

<u>Teisipäev, 21. juuni 2011. a.</u> Tundub, et SERRi seminarid sellisel kujul on praeguseks ammendunud. Hetkel on kõige suurem mure SERRi aastaaruande esitamine maksuametile. … Olen jälle sukeldunud Wikipedia keskkonda sisestades „Struktuurisemiootika" artikli nii eesti, vene (korrigeeris Ilja S.) kui ka ingliskeelsesse (korrigeeris Ashay) Wikisse.

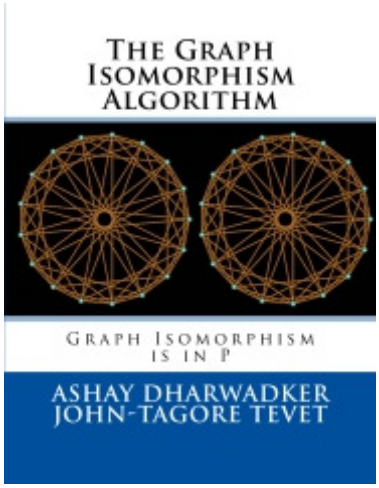
Eesti Vikipeediasse panin esimese artikli graafidest mõned aastad tagasi. See oli „Graafiteooria" ise. Selleks sobis 2006. aasta kammerkonverentsil esitatud ettekanne, millele eelnes tollal parasjagu materjali läbivaatamine. See figureerib seal tänase päevani peaaegu samasugusena. Wiki artiklitel ei ole autorit, on „kasutajad", kes võivad korrigeerida ja täiendada teiste „kasutajate" poolt kirja pandut ja ka alustada uusi. Mina esinen seal praegu kasutaja *Канеюку* nime all. Olen neid alustanud ja täiendanud kümneid. Graafiartiklite kõrval olen esitlenud seal ka oma häid tuttavaid nagu *Ashay Dharwadker, Helen Kauksi, Frank Harary, Regina Tõškevitš, Ants Tauts, Julius Petersen* jt. Meeles on lugu *Königsbergi sildade probleemiga.* Kui üritasin seda teha, siis Königsbergile klõpsates ilmub hoopis Kaliningrad, kus näidatakse mingit Moskva prospekti ja muud säärast. Mind hämmastas see, saksa, vene ja inglise Wikis niisugust nõmedust ei esine. Otsustasin kirjutada sinna artikli *Königsberg (Preisimaa)* mis nii ka paika jäi. Muidugi oli artikli kirjutamine ise suur töö. Pidin kasutama *Knaurs Lexikoni* ning saksa ja vene Wikides olevat korralikku materjali. See nõudis ka mõnede teiste artiklite korrigeerimist, näiteks et L. Euler ei tegelenud mitte Kaliningradi sildade probleemiga ega meie K. E. Baer ei töötanud vahepeal mitte Kaliningradi ülikoolis jne. Kokkupuudetest Vikipeediaga võiks kirjutada terve loo. Wikipedia ise on muidugi tänuväärne ettevõtmine.

<u>Laupäev,24. september 2011.</u> SERRi 39. seminar on läbi viidud. Võhandu oli ka teisi kohale toonud. Alustasin serrlaste raamatute esitlemisega, eelkõige muidugi Ashay oopustega "Graph Theory", "The Four Colour Theorem" ja "The Grand Unification" ning nende kõrval ka oma Heleni teavikku. Seminari teemaks oli graafide semiootiline modelleerimine,loodan, et suutsin sellele seltskonnale midagi selgemaks teha. Kõik käis nii intensiivselt, et Ashayle lubatud fotod unustasin teha.



Ashay Dharwadker demonstreerimas oma, koos füüsik Vladimir Khachatryaniga välja antud raamatut *Higgs Boson Mass predicted by the Four Color Theorem*.

Ashay uuest, elegantsest neljavärvi teoreemi tõestuse mõttest ei tahetud hästi aru saada, kuid just selle teoreemi valguses õnnestus kajastada üht füüsikaprobleemi. Matemaatikainstituut on välja andnud kaksteist trükist. Meil Ashayga on küll ühiseid arusaamu ja „tooteid", kuid mõnedes küsimustes oleme siiani erinevatel seisukohtadel. Ehk õnnestub teda semiootilise modelleerimise paati paremini sisse tõmmata.



Reede, 7. oktoober 2011. a. Vikimedia kustutas ära kõik Heleni tööde reprod. Siin võis põhjus olla autorluse bürokraatias. … Tegin Jüri Martinile ettepaneku anda Ashyle mingi Euroakadeemia tiitel või aukiri, ta oli sellega väga nõus. Muidugi võtab see tal aega. … Täna teatas Ashay, et korraliku trükisena on ilmunud ka meie The Graph Isomorphism Algorithm.

Aga siis ilmusid välja „hispaania graafid". Õigeusklik señor José Luis López Presa oli leidnud internetis üles Dharwadker-Teveti isomorfismituvastus algoritmi, mis oli häbematul kombel polünomiaalseks tituleeritud. Veelgi hullem, need ei tuvastanud isomorfismi. Ta saatis *kontranäitena* kaks 44-tipulist graafi kus nii Ashay-Johni programm kui ka semiootilised mudelid tuvastasid struktuuride erinevuse. Enamus nö laiatarbe-programme fikseerisid siiski isomorfismi. Graafe põhjalikumalt kontrollides osutusid need tõepoolest *isomorfseteks*. Andsin vahepeal koguni alla ja pidasin seda programmiveaks. Kõik märgid aga näitasid muud. Hakkasin uurima ajaloolist, Hassler Whitney poolt 1932 aastal kirja pandud *1- ja 2-isomorfismiga*, st „nõrga-" ja „päris-isomorfismiga" seotut. … Praegune mulje on selline, et isomorfism on nõrgem kui struktuuride ekvivalentsus, sest esimene ei erista orbiite. Struktuur S on aga graafi G mõõt (täpsemalt, süvamõõtmise tulemus):

$$S = \mathfrak{F}(G)$$

Senjoor Presa väidab, et nende graafid G_A ja G_B omavat üht ja sama rühma $AutG$ millel on **8** orbiiti Ω. Graaf G_B olevat saadud vaid graafi G_A tippude lihtsa ümbernummerdamise teel. See ei saa tõsi olla, siin on tehtud ka veel mingi muu trikk, sest struktuurid erinevad (millele nad muidugi vastu

vaidlevad). Kui graafis G_A on tõepoolest **8** orbiiti, siis graafis G_B on neid **17**. Midagi katastroofilist ei ole, sest juurdetekkinud orbiidid vaid tükeldavad eelmisi.

Kontrollitud on seda mitmel viisil: 1) Kui $a, b \subset \Omega$ ja $\Omega \subset G_B$, siis $G_B \backslash a \cong G_B \backslash b$. Graafi G_B puhul on need aga mitteisomorfsed. 2) Isomorfismi on testitud ka lollikindla faktoriaalse meetodiga, mis aga ei andnud substitutsioone. 3) Isomorfismi tuleks testida ka veel $E \otimes E$ *meetodil. Seega võib graafe* G_A ja G_B pidada *1-isomorfseks* ja struktuurset ekvivalentsust *2-isomorfismiks.*

Ilmes, et isomorfismi mõiste on sama hajuvaks muutunud nagu see on juhtunud struktuuri mõistega. Klassikaliselt on isomorfism defineeritud kui *bijektsioon, mis säilitab naabrused.* Whitney täpsustab: *bijektsioon, mis säilitab naabrused + veel midagi.* Ülo kaasik defineerib: *bijektsioon, mis säilitab struktuuri,* mis on täiesti arusaadav, kuigi ta ei ole struktuuri määratlenud. Struktuur on seotud *orbiitidega.*

Otste kokkutõmbamine

Teisipäev, 13. märts 2012. a. Täna jõudsin arusaamisele, et „struktuurisemiootika" ehk „graafide semiootiline modelleerimise" kontseptsioonid on paika pandud. See ei tähenda, et töö on lõppenud, korrastamist on veel küll. Ka koostöö oleks teretulnud. Lihtsalt postulaatide ettekandmisel pole enam mõtet.

Kolmapäeval , 14. märtsil toimus viimane, SERRi 40. seminar. Sai räägitud semiootilisest mudelist, hispaania-graafidest selle valguses ja 80 aasta eest väljakuulutatud 2-isomorfismist.

Reedel, 13. aprill käisin Võhandu juures nö viimasel visiidil. Infot vahetasime traditsiooniliselt iiri kohvi taustal. Tema rääkis oma sõnastike korrastamise probleemist. Jõudsime korraks ka traditsiooniks kujunenud eriarvamustele graafi transitiivsuse asjus (transitiivsus suunatud graafis ja transitiivsus kui sümmeetriaomadus). Andsin talle SERRi viimase teaviku *Semiotic modelling of the Graphs* pühendusega temale, kus ka graafide süsteemist juttu on. Rakendustest olen ma võõrdunud.

Läksin üle uuele töörežiimile: *vajalike asjade kordaseadmisele*. Alustasin failidest ja jõudsin SERRi kodulehe http://www.graphs.ee värskendamiseni.

SERRi liikmeid läbi aja:

1.	Antson, Malle	kunstipedagoog
2.	Dharwadker, Ashay	matemaatik
3.	Hirve, Martin	mehaanikatudeng
4.	Kauksi, Helen	vabakutseline tekstiilikunstnik
5.	Kristerson, Aimar	kunstiõppejõud
6.	Liiv, Innar	informaatik
7.	Martin, Jüri	bioloogiadoktor, akadeemik
8.	Podsiadlo, Blazej	informaatik
9.	Praust, Valdo	informaatik
10.	Sundelevitš, Ilja	vabakutseline akakirjanik
11.	Tauts, Ants	matemaatik
12.	Tevet, Erki	vabakutseline logistik
13.	Tevet, John-Tagore	isehakanud struktuurisemiootik
14.	Tombak, Mati	matemaatik, emeriitprofessor
15.	Võhandu, Leo	informaatik, emeriitprofessor

Ilmselt on aeg kohalik serrimine postulaatide ettelugemise näol lõpetada. Edasi tegutseda tuleb kas nö uhkes üksinduses või Dharwadkeri matemaatika-instituudi raames.

Seletav lühisõnastik

Algoritm – (Heuristiline) eeskiri arvutiprogrammi koostamiseks.

Automorfism α – *Isomorfism* iseendaga ehk struktuuri säilitav tippude või tipupaaride substitutsioon.

Binaargraaf g_{ij} – Graafi G tippude v_i ja v_j *ümbruste ühisosa* $N_i \cap N_j$ *kujutav alamgraaf* g_{ij}, mis on fikseeritav vastava algoritmiga ***SIA.***

Binaarmärk (-tunnus) – Binaargraafi g_{ij} iseloomustav invariandinelik $\pm d.n.q_{ij}$, kus $-d$ on tavakaugus, $+d$ *kollateraalne* kaugus tippude vahel, n – tippude arv, q – servade arv binaargraafis.

Ekvivalentsus – Mingist kindlast aspektist määratletud samaväärsus objektide vahel.

Ekvivalentsusklass – Antud hulga fikseeritud ekvivalentsuse suhtes kõigi omavahel ekvivalentsete elementide hulk.

Graaf G – Elemente ja nendevahelisi seoseid esitav moodustis. On esitatav naaberelementide (naabertippude) nimekirja või seosmaatriksi kujul.

Graafi regulaarsus – Tippude ja/või servade omadus olla teatud mõttes ühesugused. On olemas erinevaid regulaarsusi:

1) ***Regulaarne graaf*** – graaf mille kõikide tippude valentsused (astakud) on võrdsed, st iga tipp omab sama arv naabertippe. Kuna regulaarsete graafide raames võib esineda ka teisi regulaarsusi, siis nimetagem esimest ***valentsregulaarsuseks***.
2) Valentsregulaarne graaf, mille kõikide naabertippude vaheline kaugus on $-d$, on ***d-distantsregulaarne***.
3) Valentsregulaarne graaf, mille kõik tipud kuuluvad vöösse ümbermõõduga $+d$ on ***d-vööregulaarne***.
4) Valentsregulaarne graaf, mille kõik tipud kuuluvad klikki võimsusega n on ***n-klikkregulaarne***.
5) Valentsregulaarne graaf, mille iga naabertippude paar omab $a \geq 0$ ühist naabertippu ja iga mitte-naabertippude paar $b \geq 1$ ühist naabertippu ***tugevregulaarne***.

Graafi sümmeetria – Graafi tippude ja tipupaaride omadus jaotuda *orbiitideks*, st *ekvivalentsus-* või *transitiivsusklassideks*. „Sümmeetriliseks“ on suunamatute servade aspektist nimetatud ka *lihtgraafi*, kuid graafi sümmeetriaga ei ole sellel asjaolul mingit seost. Mida vähem on orbiite ja mida võimsamad nad on seda sümmeetrilisem on struktuur:

1) Täisgraafil on ainult üks tipu- ΩV_k ja üks servaorbiit ΩR_n ning see on ***täissümmeetriline.***
2) *Transitiivsel* graafil, nagu seda graafiteoorias tihti nimetatakse on ainult üks tipuporbiit ΩV_k ning see on ***tippudest sümmeetriline***.
3) *Tippudest sümmeetrilist* graafi, millel on ainult *üks* serva- ΩR_n^+ ja ainult *üks* „mitteserva“ orbiit ΩR_n^- nimetagem ***bisümmeetriliseks***.
4) *Tippudest sümmeetrilist* graafi, millel on *üks* serva- ΩR_n^+ ja *mitu* „mitteserva“ orbiiti ΩR_n^- on ***servadest sümmeetriline*** ehk (+)***sümmeetriline***.
5) *Tippudest sümmeetrilist* graafi, millel on *mitu* serva- ΩR_n^+ ja *mitu* „mitteserva“ orbiiti ΩR_n^- nimetagem ***polüsümmeetriliseks***.
6) Graafi, mis *ei ole* tippudest sümmeetriline, st millel on rohkem kui üks tipuorbiit, kusjuures nendest vähemalt ühte orbiiti ΩV_k kuulub vähemalt kaks elementi (tippu) nimetagem ***ositi sümmeetriliseks***.
7) Graafi, mille tipuorbiitde ΩV_k arv K võrdub tippude arvuga $|V|$ on ***0-sümmeetriline*** ehk (*täis*)***asümmeetriline***.

Graafide süsteem $\mathfrak{G}^{|V|}$ – $|V|$-tipuliste graafide hulk, mille elementide vahel on fikseeritud seosed, *morfismid* ***F.***

Hargnevus FRA – Hargnevustunnuste alusel mõõdetav suurus.

Informatsiooniline entroopia HE – Struktuurielementide valentsuste alusel mõõdetav suurus, sama mis N. Rashevsky topoloogiline entroopia.

Informatsioonimaht Hr, Hv – Struktuuri *orbiitide* mitmekesisuse alusel mõõdetav suurus.

Invariant – Struktuuri teatud muutuste korral selle muutumatuks jääv atribuut. Graafi invariant on graafi struktuuri iseloomustava atribuudi arvuline väärtus või niisuguste väärtuste korrastatud

kogum, mis ei sõltu graafi tippude märgistatusest ega selle graafilisest kujutisest: Mängib olulist osa graafide *isomorfismi* ja *struktuuri* tuvastamisel. Invariant on ***täielik*** kui nende kokkulangevus on tarvilik ja piisav isomorfismi tuvastamiseks.

Isomorfism – Ühesugust struktuuri omavate graafide üks-ühene vastavus, mis säilitab *struktuuri*.

Isomorfismiklass – Kõikide isomorfsete ehk ühesugust struktuuri omavate graafide hulk. Isomorfismiklass iseloomustab selle elementide ühist struktuuri ***GS***.

Jääkgraaf $G^m{}_{ij}$ – Graafist ***G*** ühe binaargraafi g_{ij} eemaldamisel tekkiv graaf.

Keerukus CPX – Suurus, mis sõltub struktuuri elementide, -seoste ja nende orbiitide arvust.

Klikk – Graafstruktuuri ***GS*** täisgraafist alamgraaf.

Kollateraalne kaugus – Naabertippude vahelise seose e_{ij} eemaldamisel tekkiv kaugus tippude v_i ja v_j vahel.

Konstruktiivne objekt – Algoritmi abil konstrueeritav objekt.

Markovi maatriks M – Maatriks, mille elementideks on *üleminekutõenäosused* P_{ij}.

Mitmekesisus – Struktuuri ***GS*** orbiitide ja nende võimsuste mitmekesisus.

Morfism F_n – Operand F_n***:*** $GS \rightarrow GS^{adj}{}_n$, mis muudab (seostab) struktuuri ***GS*** tema *naaberstruktuuriks* $GS^{adj}{}_n$.

Morfismi tõenäosus PF_n – Üleminekutõenäosus struktuurilt ***GS*** tema *naaberstruktuurile* $GS^{adj}{}_n$.

Märgigraaf G_p – Graaf, mille servad vastavad ühesugustele binaarmärkidele.

Naaberstruktuur $GS^{adj}{}_n$ – Seose eemaldamisel $G \backslash e_{ij}$ või lisamisel $G \cup e_{ij}$ saadud struktuur. Seose eemaldamisel saadud struktuuri nimetatakse ***naaberalamstruktuuriks*** $GS^{sub}{}_n$, seose lisamisel saadut aga ***naaberülemstruktuuriks*** $GS^{upp}{}_n$. *Naaberstruktuuride arv* võrdub binaarorbiitide arvuga, st igale binaarorbiidile ΩR_n vastab üks naaberstruktuur. *Naabergraafide arv* aga tipupaaride (binaaride) arvuga.

Olekutõenäosus PS – Etteantud elementide arvu $|V|$ ja seoste arvuga $|E|$ juhusliku struktuuri ***GS*** suhteline (kaalutud) esinemissagedus, mis on tuvastatav graafide süsteemi baasil.

Orbiit Ω – Struktuuri ***GS*** elementide (tippude) v_i ja/või elemendipaaride (tipupaaride) v_iv_j ekvivalentsusklass, mis iseloomustab nende *positsiooni* struktuuris. Rühma ***AutG*** seisukohalt kujutab *automorfismide transitiivsuspiirkonda*. *Semiootilises mudelis* ***SM*** kujutavad ekvivalentsete binaarmärkidega tipupaarid ***binaarorbiiti*** ΩR_n ja ekvivalentsete *orbiitvektoritega* tipud ***tipuorbiiti*** ΩV_k.

Orbiitstruktuur GS_n – Struktuur (graaf), mille seosed (servad) vastavad struktuuri ***GS*** binaarorbiidi ΩR_n elementidele.

Orbiitvektor – Tippu v_i iseloomustav vektor semiootilises mudelis, mille elementideks (koordinaatideks) on selle tipuga seotud tippude v_j arv vastavates orbiitides.

Positsioon – Orbiidi sünonüüm, iseloomustamaks, et orbiiti Ω kuuluvad elemendid omavad struktuuris ekvivalentseid positsioone.

Sagedusvektor – Tippu v_i iseloomustav vektor semiootilises mudelis, mille elementideks (koordinaatideks) on seda tippu iseloomustavate binaarmärkide arvud.

Semiootiline mudel SM – Graafi struktuuri esitav binaarmärkide korrastatud ja tipuorbiitideks dekomponeeritud maatriks. Moodustatav algoritmiga ***SIA.***

SIA – Graafi tipupaaride identifitseerimise ja semiotilise mudeli moodustamise algoritm.

Struktuur – Struktuuri mõiste on paraku devalveerunud pea igasuguse objekti ebamääraseks omadussõnaks. Struktuur kujutab endast *süsteemi abstraktsiooni,* selle „skeletti“ kus selle elemendid on minetanud oma empiirilised tähendused kuid säilitavad kvalitatiivsed erinevused sõltuvalt oma seostatuse viisist – *positsioonist* – struktuuris. Struktuur (ladina sõnast *structura* – (sise)ehitus) on määratletud kui süsteemi elementide (muutumatu, püsiv) *seos* ja vahekord ehk *organiseeritus* ehk *seostatus* ehk *kompositsioon* mis on seotud *invariantsuse* ja *isomorfismiga* ning kujutatav *graafi* näol. Struktuur on isomorfsete graafide klassi *täielik invariant*, mis on esitatav *semiootilise mudeli* ***SM*** kujul. **S**truktuuride identsus tähendab neid kujutavate graafide isomorfismi.

Struktuuri element – Graafi tipp.

Struktuurne seos – Graafi serv.

Suktsessioon SF – Järjestikused morfismid $F_1\&F_2\&\ldots\&F_t$ rakendatuna struktuuridele ***GS,*** $^{F1:}GS_0 \rightarrow \rightarrow {}^{F2:}GS_1 \rightarrow {}^{F3:}GS_2 \rightarrow \ldots {}^{Ft:}GS_{t-1} \rightarrow GS_t$, moodustavad ***struktuuride suktsessiooni SF.***

Suktsessioonide parv – Erinevate suktsessioonide hulk lähtestruktuuri GS_i ja lõppstruktuuri GS_j vahel graafide süsteemis $\mathfrak{G}^{|V|}$.

Taastatavus – Struktuuri ***GS*** taastamine tema naaberstruktuuride $GS^{adj}{}_n$ reversiivsetele binaarorbiitidele ΩR_n rakendatud reversiivsete morfismide $F^{re}: GS^{adj} \rightarrow GS$ baasil.

Tihedus DEN – Triangulaarsustunnuste baasil mõõdetav suurus.

Tunnus – Märk, mis tähistab, esitab või kujutab mingit objekti.

Tunnuse tähendus – Tunnuse märgist väljaloetav teave. Binaarmärgist on välja loetav tipupaari seisund struktuuris, st selle kuuluvus teatud parameetritega lihtahelasse, vöösse, klikki jne.

Üleminekutõenäosus – Etteantud lähtestruktuurilt GS_i sihtstruktuuri GS_j ülemineku tõenäosus P_{ij}.

Väljundsuurus Y – struktuuri ***GS*** iseloomustav mõõt.

Diskussioon

Järgnev improviseeritud diskussioon rajaneb autentsel materjalil ja konkreetsetel isikutel. Selles esinevad ka imaginaarsed kujud prof. Tipu ja dots. Serva näol, kellele on suhu pandud mõnede lähikondlaste mõtted. Seltskond istub ümmarguse kohvilaua ümber.

dots. Serv: *John, ma olen sinu tegemisi graafide kallal jälginud juba pikemat aega ega pole ikkagi aru saanud, mida sa taotled.*

F. H.: *Kallis John, ma ei saa üldse midagi aru, isegi sinu töö eesmärgist mitte.*

John T.: *Kallis Frank, eks siin mängib oma osa minu ebakorrektne inglise keel sinu briljantse sõnaseadmise kõrval. Sinu põhilised märkused olidki grammatilist laadi. Tunnen huvi graafide struktuuri vastu, see on seotud ka isomorfismiprobleemiga.*

prof. Tipp: *Graafide isomorfismiprobleem teeb mind ettevaatlikuks. Tegu on diskreetse matemaatika ühe ülesandega, mis matemaatikute meeli on hoidnud pinevil juba mõnikümmend aastat, kuigi viimasel ajal on selle probleemi populaarsus värskete ideede puudumisest tingituna mõnevõrra kahanenud. R. C. Read, D. Corneil ja F. Gati on analüüsinud kümneid sellealaseid artikleid ja kokkuvõtteks nimetanud seda* ***isomorfismihaiguseks.*** *Pärast seda paljud tuntud graafiteoreetikud nagu N. Christofiedes, K. Thulasiramani, M. N. S. Swami, B. Bollobas jt. isomorfismiprobleemi oma monograafiates ei puudutagi.*

O. B.: *Graafide isomorfismi näited sobivad vaid kooliõpikutesse. Meie oma N. graafiteooria keskuses selle küsimusega põhimõtteliselt juba hulk aega ei tegele, kõik sellega tegelenud asjaarmastajad oleme vallandanud.*

dots. Serv: *John tegeleb probleemiga, mis juba 1982 aastal ära keelati.*

John T.: *Read, Corneil ja Gati nimetavad isomorfismiharrastajate püüdlusi küll isomorfismihaiguseks, kuid analüüsivad nende töid asjalikult. Selge on see, et graafiteoorias ei ole ühtset seisukohta isomorfismiprobleemi lahendamise kohta.*

F. H.: *Isomorfismiprobleem on lahendatav vastava täieliku invariantide süsteemi väljaselgitamise teel. Seni pole suutnud tõepoolest keegi seda teha.*

A .Z.: *Leian, et isomorfismiprobleemi võib lahendada graafi tiheduse, valentsuste, tsüklite ja klikkide komplekssе tuvastamise teel.*

John T.: *Isomorfism tähendab ka struktuuride ekvivalentsust.*

dots. Serv: *Mis on struktuur?*

John T.: *Struktuur on süsteemi (objekti) abstraktsioon, mis kujutab endast elementide kindlat seostumise- ehk organiseerumisviisi, mis ei sõltu elementide empiirilistest omadustest ega asetusest ruumis. Struktuuri elementide kvalitatiivsed erinevused avalduvad nende struktuursete positsioonide erinevuses.*

dots. Serv: *„Elementide struktuursed positsioonid“ – mis jama sa ajad!*

John. T.: *Vabandust, muidugi pean seda selgitama. Ühesugust positsiooni omavad elemendid kujutavad endast ekvivalentsusklassi, mis langeb kokku graafiteoorias teada oleva orbiidi mõistega. Erinevad on vaid nende tuvastamise viisid.*

prof. Tipp: *Kuid mis on sinu struktuuril ühist graafide isomorfismiga?*

John T.: *Struktuur on kujutatav graafina, sest graaf koosneb samuti elementidest ja elemendipaaride vahelistest seostest. Kõik isomorfsed graafid omavad üht ja sama struktuuri –* ***struktuur on isomorfsete graafide täielik invariant.***

dots. Serv: *Kuidas sina oma kõikehõlmavat, isomorfsete graafide täielikku invarianti ehk struktuuri ennast kujutad?*

John T.: *Struktuuri ja graafi elemendid jagunevad positsiooniklassideks ehk orbiitideks. Nende tuvastamiseks tuleb elemendipaarid identifitseerida, leida nende tunnused. Tunnuste korrastatud süsteem – tunnus- ehk märgimaatriks* ***S*** *– ongi isomorfsete graafide täielik invariant, st struktuuri orbiitide täpsusega esitav atribuut. Siin pean kohe märkima, et struktuuris, kui tervikus, on midagi kvalitatiivset, tähenduslikku, mis ainuüksi kombinatoorikaliste ja algebraliste operatsioonide abil ei ole tuvastatav.*

*Tunnuste- ehk märgisüsteemiga opereerimine viibki meid semiootikasse, mida me **struktuurisemiootikaks** nimetame.*

prof. Tipp: *Pea nüüd kinni. Need, kes vähegi graafidega kokkupuutunud on, teavad, et graafid on diskreetse matemaatika objektid, mida käsitletakse just kombinatoorika atribuutidega. Sinu positsiooniklassid ehk orbiidid on arusaamatud ja üleliigsed.*

John T.: *Kombinatoorika annab ainult kvantitatiivseid tulemusi. Näiteks etteantud tippude ja servade arvuga graafide puhul saame vaid mitteisomorfsete graafide ehk graaf-struktuuride a r v u jne.*

C. H.: *Ilma rühmateooriat rakendamata te küll siin midagi ära ei tee.*

John T.: *Seda juttu olen ma palju kuulnud. Ma olen automorfismirühmi ka rakendanud. On teada, et erinevad struktuurid ehk mitteisomorfsed graafid võivad omada üht ja sedasama rühma Aut **G**. Seega ei ole automorfismirühm struktuuri täielik invariant ja mul pole sellega midagi peale hakata, kuid orbiitidest me ei pääse.*

C. H.: *Hm!*

prof. Tipp: *Oma struktuurisemiootika ja orbiitidega lähed sa nüüd rappa küll, selles olen ma kindel.*

John T.: *Raba on keskkonna loomulik ja hädavajalik komponent. Kui rabad kuivendada on keskkond tasakaalust väljas. Ka graafiteooriale on oma „raba" vaja.*

dots. Serv: *Mis jutt see on – „graafiteooriat tasakaalustav raba"!*

John T.: *Traditsiooniline graafiteooria kui mittevastuvõtlik formaalne süsteem, nagu kogemused näitavad, on mittetäielik. Juba 1931. aastal tõdes Kurt Gödel, et niisugusel juhul on mõistlik lahendusi otsida väljaspool seda süsteemi, antud juhul väljaspool kombinatoorikalist traditsioonilist graafiteooriat, olgu see siis kasvõi „rabaks" nimetatud.*

prof. Tipp: *Gödeli teoreem on ju formuleeritud aritmeetika kohta.*

John T.: *Seda küll, kuid leian, et selle iva on palju laiem.*

J. K: *Kui te olete oma probleemi lahtimõtestanud, tuleneb lahend sellest endast, sest lahend pole eraldatud probleemist.*

dots. Serv: *Kas sinu struktuurisemiootika ongi see lahend või päästev raba, mis tuleneb probleemist endast ? Kas ilma selleta et saa?*

John T.: *Saab ja ei saa kah. Saab küll, sest me ei pea struktuurseid tunnuseid ehk koode tingimata märkideks ja nende süsteemi semiootikaks nimetama. Ei saa kah, sest kogemused näitavad, kui matemaatik näeb koode, kipub ta neid vektoriteks pidama mida võib liita või korrutada. Jättes tähele panemata selles peituva informatsiooni ehk t ä h e n d u s e.*

prof. Tipp: *Väga imelik! Ega sa ometigi ei taha öelda, et mingi märgisüsteemi abil graafe uurida õnnestub. Graafiteooriaga siin küll tegemist olla ei saa.*

Rahastaja: *Tevetil puudub matemaatika seisukohalt selgepiiriline ja sisukas uurimisprogramm. Niisugust projekti meie mitte mingil juhul aktsepteerida ei saa.*

dots. Serv: *Jah, kord on kord!*

John T.: *Härrased, tõepoolest mingit tavamatemaatilist uurimisprogrammi mul ei ole. On struktuurisemiootiline programm, mis annab uut ja täiendavat teavet graafidest. Julgeksin väita, et loob uue ettekujutuse graafidest.*

dots. Serv: *Sinu „uus ettekujutus" graafidest ongi sinu peamine viga. Parem kujuta graafe nii nagu teised, õigesti õpetatud inimesed ning ära tegele mingite paragraafidega.*

B. B.: *Graafid on objektid, mille kogu viljakas teooria seisneb Hamiltoni tsüklite, elektrivõrkude, juhuslike graafide ja teiste taoliste probleemide kombinatoorikalises käsitlemises.*

A. Z.: *Siiski, graafe võiks uurida nende sisemisest loogikast ja arengust lähtudes nii kombinatoorikalisest, algebralisest, matemaatilise loogika, lingvistika ja süsteemiteooria aspektist.*

R. T.: *Graafide uurimine nende orbiitide tasemel on arusaadav ja mõttekas. Kuid kuidas Tevet siin automorfismirühmadest oskab mööda minna, on mulle veel mõistmatu.*

L. E.: *Härrased, mis „graafidest" te siin üldse räägite. Kui ma kunagi Königsbergi, mida te millegipärast nüüd Kaliningradiks nimetate, sildadel kurseerimist uurisin teadsin*

kindlalt, et see on geomeetria ülesanne. Ka teie kaasaegne V. Aleksejev on sellega päri.

R. G. B. ja T. L. S.: *Meie peame viljakaks graafide uurimist topoloogia seisukohalt.*

O. A.: *Graafe on kõige otstarbekam konstruktiivselt käsitleda.*

J. G. ja J. Y.: *Härrased, teil on iganenud arusaamad, graafiteooria on arvutiteaduse haru.*

John T.: *Näete, igal graafiteoreetikul on oma arusaam! Paragraafe, kallis dots. Serv pole keegi veel leiutanud.*

C. T.: *Kõik, mis annab uut teavet graafidest kuulub graafiteooriasse. Soovin teile kordaminekut projekti teostamisel.*

A. D.: *Olen küll konservatiivne, kuid leian, et Teveti lähenemine graafidele on tähelepanuväärіv. Teen temaga meeleldi koostööd.*

prof. Tipp: *Palun selgita siiski, milleks graafide puhul mingisugune tunnuste „tähendus" vajalik on.*

John T.: *Nendest tunnustest on välja loetav struktuuri iseloomustav teave nagu elemendipaaride seisundid struktuuris, nende kuuluvust teedesse ja vöödesse jne. Ka seosmaatriksite korrutiste (astmete) elemendid iseloomustavad tipupaare. Ka nende „arvtunnuste" baasil on võimalik efektiivselt tuvastada väga paljude graafide struktuuri, kuid need ei ole piisavad tugevalt regulaarsete ja mõnede teiste graafide struktuuri tuvastamiseks. Samuti ei anna nad mingit teavet graafi struktuuri kohta.*

prof. Tipp: *Kas tahad öelda, et see astendamine viib rappa?*

John T.: *Ei, vastupidi, jätab kuivale.*

dots. Serv: *Aga ikkagi, miks mõned ei saa sinu tööst üldse aru, ka selle eesmärgist mitte. Paljud ei suvatse sinu teavikke lugeda. Mida sa veel punnitad?*

John T.: *On ju nii, et arusaamad kipuvad „kastidesse" (kool- ja vennaskondadesse, tsunftidesse jt) jagunema, millede vahel võib esineda arusaamatusi. Esineb ka asja tuuma tabajaid. Huvi selle vastu on, SERRi koduleheküIg on küllaltki külastatav, kuigi see on paneelides välja kuulutatud kui graafide „semiootilisi invariante" käsitlev.*

J. W. G.: *Igaüks kuuleb vaid seda, millest ta aru saab.*

John T.: *Siin on tegemist graafide semiootilise modelleerimisega, mis nö õige graafiteooria seisukohalt võib tõepoolest arusaamatust tekitada. Oma eesmärgi saavutamiseks püüan ma graafi struktuuri konstruktiivselt esitada, mis tähendab, et vastava algoritmi abil fikseeritakse igat tipupaari iseloomustavad tunnused (invariandid, märgid), mis korrastatakse struktuuri esitavaks maatriksiks ehk* ***semiootiliseks mudeliks SM****.*

S. L: *Tegelikult on kõige õigem graafide tuvastamise viis 3-kuup koodide baasil. Kui graafide* $\boldsymbol{G_A}$ *ja* $\boldsymbol{G_B}$ *3-kuup koodid* $\boldsymbol{C_A}$ *ja* $\boldsymbol{C_B}$ *langevad kokku, siis on graafid isomorfsed* $\boldsymbol{G_A \cong G_B}$*. Kogu lugu!*

John T.: *See on muidugi tore, kuid 3-kuup koodid on pikad ja kohmakad ning neist ei saa välja lugeda mitte mingisugust teavet graafi struktuuri ja orbiitide kohta. Mulle nad ei sobi. Graafi semiootiline mudel* ***SM*** *sisaldab piiavalt teavet struktuuri kohta ning kahe mudeli ekvivalentsuse või mitteekvivalentsuse tuvastamine on lihtne. Semiootiline mudel on graafi täielik invariant. Mudelite ekvivalentsus* $\boldsymbol{SM_A \approx SM_B}$ *tähendab aga vastavate graafide isomorfismi* $\boldsymbol{G_A \cong G_B}$*.*

prof. Tipp: *Millega on garanteeritud, et sinu semiootiline mudel tõepoolest täielik invariant on?*

John T.: *Semiootilise mudeli ehk täieliku invariandi moodustamine on mitmesammuline koonduv protsess, kus igal sammul toimub lokaalsete tunnuste, st. -invariantide, täpsustamine, mis kestab seni, kuni täiendavaid klassijaotusi orbiitideks enam ei teki.*

J. L. L. P.: *Mina seda kõike ei usu juba sellepärast, et Dharwadker ja Tevet tituleerivad oma isomorfismituvastusprogrammi polünomiaalseks, mis on vastuolus kehtiva teadusliku tõekspidamisega.*

I. P.: *Siin on tegu vaid isomorfismihaiguse jätkumisega 21. sajandil. Ei midagi muud.*

dots. Serv: *No vaata nüüd, kuidas saab siis sinu juttu uskuda!*

John T.: *Härrased, kahelda võib alati, kuid teie järgite tõsimeeli vaid dogmaatilisi seisukohti ega suvatse asjasse süveneda. Semiootiline mudel* ***SM*** *esitab struktuuri orbiitide täpsusega. Tipupaari orbiitide baasil fikseeritakse nn naaberstruktuurid.*

Naaberstruktuuride süsteem on seotud graafide rekonstruktsiooniprobleemi ja graaf-struktuuride olekutõenäosuste fikseerimisega.

dots. Serv: *Pea kinni. kas sa vähemaga ei lepi ja lihtsamalt ei saa?*

John T.: *Vastupidi, ma hoopis lihtsustan. Näitan, et on tegemist omavahel seotud probleemide kompleksiga. Miks peaksin ma seda tükeldama? Vabane kammitsaist, siis ehk hakkab koitma.*

prof. Tipp: *Arva mida tahad, aga sinu ponnistused on liiga ambitsioonikad – isomorfism, orbiidid rekonstruktsioonid, olekutõenäosused ja muu, kõik ühekorraga. Teiseks, oma struktuurisemiootikaga oled sa end eemaldanud paljudest õigesti õpetatud inimestest.*

John T.: *Ei mingeid ambitsioone, lihtsalt sõltumatu huvi asja vastu. Tõepoolest, eelistan mõttevabadust lojaalsusele lojaalsuse pärast õigesti õpetatute vastu. Mind huvitav struktuurne lähenemine lihtsalt viis mind nendele probleemidele. Ja mis tarbeväärtus sellel isomorfismituvastusel ja muul siis ikkagi on.*

dots. Serv: *Kas sa ei ole liiga optimistlik, et loodad need „pisikesed" probleemikesed ära lahendada?*

John T.: *Olen selles suunas liikunud, nii mõnigi asi on täiesti klaar. Ma ei kahtle struktuurse lähenemise õigsuses, mis viis semiootilise mudeli loomisele. Ma ei kahtle ka orbiitide struktuurse tuvastamise korrektsuses, klikkregulaarsuse olemasolus ega selles, et naaberstruktuuride süsteem toob selgust kurikuulsasse rekonstruktsiooniprobleemi. Muidugi on tööd veel palju. Praegu on töö takerdunud vaid täiendavate algoritmide programmeerimise taha, millega ma ise toime ei tule.*

S. P. ja S. S.: *Teil polegi vaja eriti programmeerida, kasutage paketti "Mathematica". Meie 2003. aastal ilmudud raamatus on küllaga materjali, mis aitaks teil oma probleemi lahendada.*

John T.: *Tõepoolest, teie oopuses on hulgaliselt suurepärast materjali, eriti graafide väljajoonistamise kohta. Minule olulisi ma sealt paraku ei leidnud.*

Härrased, kui lubate, siis jätkaksime nüüd graafide süsteemi teemal, mis on seotud kurikuulsa rekonstruktsiooniprobleemiga.

*

prof. Tipp: ***Graafide taastatavus*** *kujutab endast diskreetse matemaatika ja graafiteooria üht olulist senilahendamata ülesannet. Probleem, mis näib olevat ülimalt raske, on laiemalt tuntud* ***Ulami hüpoteesi*** *nime all ning on püsinud seni lahendamatuna nüüd juba üle 60 aasta*

F. H.: *Mina laiendasin selle ülesande ka graafi servadele. Kuid ma ei soovita mitte kellelgi üritada seda lahendama hakata, see on selleks liiga raske. Kallis John, palun jäta see üritamine ja tegele parem graafide rakendamisega bioloogias ja ökoloogias.*

John T.: *Tõepoolest, tänase päevani puudub sellel üldine lahendus. On olemas vaid separaatsed lahendused üksikute graafitüüpide jaoks. Mind huvitab peamiselt taastatavuse servavariant.*

V. T.: *Kui selle ülesande üldjuht õnnestuks taandada mõistlikule arvule lõplikele variantidele (graafitüüpidele), millede kontrollimiseks saaks kasutada arvuti abi, siis oleks tõestusprotsess analoogiline 1976. aastal K. Appeli ja W. Hakeni esitatud kurikuulsale neljavärviprobleemi tõestusele. Praegu püütaksegi seda lahendada erinevate graafitüüpide baasil, nagu puud, regulaarsed-, mittesidusad-, Euleri-, tsüklilised-, okstega-, oksteta- jt. graafid.*

John T.: *Mitte millegagi ei ole garanteeritud, et just mingi „mõistlik arv erinevaid variante" oleks taastatavuse aspektist täielik. Nagu varemgi väidetud on, peaks Gödeli teoreemi alusel siin lahendust otsima väljaspool seda süsteemi, antud juhul väljapool niisugust tükelduslikku lähenemist.*

dots. Serv: *John tahab kuulsaks saada, üritades Ulami hüpoteesi ühes tükis ära tõestada!*

C. N.-W.: *Ah, kõik katsed seda hüpoteesi tõestada või ümber lükata on spekulatiivsed!*

dots. Serv: *Tõepoolest, John tegelegu parem graafide rakendustega ja ärgu toppigu oma nina Ulami hüpoteesi.*

John T.: *Kas te lubate mul jätkata? Tänan. Emotsioonide maandamiseks räägiksime vahepeal* ***graafide süsteemist****, mis kujutab endast graafide hulka mille elementide vahel on seosed fikseeritud. Igal graafil* G *on oma suurimad alamgraafid* G^{sub}*, mis saadakse serva eemaldamisel ja oma väikseimad ülemgraafid* G^{sup}*, mis saadakse serva lisamisel. Selliseid graafe koos nimetagem koos naabergraafideks* G^{adj}*. Nagu juba öeldud jaguneb graafi tipppude hulk orbiitideks* ΩV *(st teatud tüüpi ekvivalentsusklassideks), kus nende raames tipupaaride hulgad omaette orbiite* ΩR *moodustavad. Iga tipupaari orbiidi raames saadud naabergraafid on isomorfsed, st moodustavad* ***isomorfismiklassi****. Seega graafi igale tipupaari orbiidile vastab üks naaberstruktuur* GS^{adj}*. Need vastavused kujutavad endast seoseid ehk morfisme* F_m*:* $GS \rightarrow GS^{adj}{}_m$*, isomorfismiklasse esindavate graafide, st struktuuride vahel. Seoste (morfismide)* F *fikseerimine graafide vahel muudabki n-tipuliste graafide hulga graafide süsteemiks.*

W. T. T.: *Olen rekonstruktsiooniprobleemiga tegelenud üksjagu. Isomorfismiklassidesse jaotamise põhimõte on mulle omane, muu mitte, sest mina kasutan polünoome.*

John T.: *Graafide süsteemi raames võib nüüd väita, et kui struktuur* GS *on lahutatav (dekomponeeritav) oma orbiitidele* ΩR_n *vastavateks naaberstruktuurideks* $GS^{adj}{}_m$*,* F_m*:* $GS \rightarrow GS^{adj}{}_m$*, siis on igal naaberstruktuuril nö reversiivne orbiit* ΩR^{rev} *millele rakendatud morfism* $F^{rev}{}_n$*:* $GS^{adj}{}_m \rightarrow GS$ ***taastab*** *lähtestruktuuri* GS*.*

prof. Tipp: *See nüüd küll Ulami hüpoteesiga kokku ei lähe!*

John T.: *Ma täpsustaks, ei lähe kokku Ulami hüpoteesi sõnastusega, kuid taastatavust käsitleb see küll. Niisugune on graafide süsteemi* ***seaduspärasus****, mittedekomponeeritavaid ja mittetaastatavaid struktuure olla ei saa. Erinevus on selles, et me räägime siin isomorfismiklassidest (st struktuuridest), mille sees isomorfismi tuvastamine on mõttetu.*

V. N.: *Graafide taastatavus on olnud minu põhiprobleem. Johni lähenemine tekitas algul võõrastust. Siiski väärib tema originaalne kontseptsioon tõsist tähelepanu.*

John T: *Muidugi võivad erinevad struktuurid omada ühiseid naaberstruktuure. Tõestamist vääriks siin väide, et kahe erineva (mitteekvivalentse) struktuuri puhul omab kumbki vähemalt üht erinevat naaberstruktuuri.*

dots. Serv: *Leian, et Ulami hüpoteesil on ka suur filosoofiline tähtsus – igat süsteemi saab tunnetada parajasti siis, kui kehtib Ulami hüpotees.*

John T.: *Selle asemel väidaks hoopis, et süsteemi saab tunnetada läbi tema struktuuri. Tuleb muidugi aktsepteerida Ulami soovi näha taastatavust, kui kõikide alumiste naabergraaf-paaride isomorfismide kompleksi. Kuid struktuuride süsteemi seisukohalt ei ole see huvipakkuv, selge asja segaseks tegemine. Arusaadav, et tegemist on harjumuse, paradigmaga, mis just niisuguses sõnastuses on omaks võetud. Härrased, kas teie põhimõtteliselt oleksite nõus struktuurse taastatavuse põhimõttesse süvenema?*

Seltskond vaikib

S. H.: *Siin võib tegemist olla potentsiaalse avastusega.*

dots. Serv: *John, sa tegeled väga spetsiifiliste probleemidega. Milline on sinu arvates siin inu olulisem tulemus?*

John T.: *Seda on raske mõõta. Kui ma veel palgatööl käisin tuli tegeleda peamiselt rakendustega ning tuhnida kirjapandut selles valdkonnas. Vabakutselise ja pensionärina on mul vaba voli teha seda, mis mind huvitab. Tundub, et tegemist on graafide järjekordse „taasavastamisega“ ja kogu lugu.*

J. M. *Nagu ma jube 1973. aastal tõdesin on graafiteooria, vaatamata edusammudele, jäänud mingisugusesse suletud seisundisse, mis on takistanud selle arenemist. Graafiteooria võiks tõepoolest avatum olla.*

K. T. ja M. N. S. S.: *Praegu on graafiteooriaid juba mitu kuid omavahel nad kuigi hästi ei haaku.*

John T.: *Loodan, et oleme lähenenud vastastikuses mõistmises selles, et graafiteooria(te)le omane tsunftilik suletus pärsib, avatus aga edendab seda teooriat. Erinevate arusaamade võõristamine ei lakka kunagi. Nagu kogemused näitavad, saavad need, kes ei ole kinni mingis õigesti õpitud tõekspidamistes, struktuursest lähenemisest aru küll. Ega ma ei arvagi, et keegi hakkab oma „usku vahetama". Mina igatahes ei vaheta. Kuid rahule jääksin alles siis, kui kogu süsteem arvutile realiseeritud saaks. Tänan teid härrased meeldiva kohtumise ja tähelepanu eest!*

Pärast seda oli dots. Serval Johnile veel ütlemisi:

dots. Serv: *Oled sa üks pujään küll, kass kes kõnnib omapäi. Eks ma õrritasin sind ka parajal määral.*

John T.: *Õigesti tegid, muidu oleks seltskond tukkuma jäänud. Isomorfismituvastajaid ei huvita struktuurne ekvivalentsus, klikifänne klikkregulaarsus, orbiidituvastajaid süvaidentifitseerimine, rekonstruktiste graafide süsteem, tugevregulaarikuid nende tuvastamine binaarmärkide tasemel, semiootikuid struktuurisemiootika ja nii edasi. Mulle on soovitatud ka nö normaalseid plaane – hakata uurima ja edasi arendama ühes Lovaszi artiklis esitatud õigeid atribuute, et kindlalt jõuda nendega kindlatele tulemustele. Kuid see „õige ja kindel" tulemus ei oleks katnud murdosagi sellest, mis mind tegelikult huvitab.*

dots. Serv: *Sulle muidugi ei meeldi, et sinu ettevõtmised teisi eriti ei huvita.*

John T.: *Asjad on lihtsalt tasakaalus. Iga kingsepp jäägu oma liistude juurde. Mind ei huvita isomorfismituvastus vaid isomorfismi pärast, klikituvastus vaid suurima kliki leidmiseks, rühmateoreetiline orbiidituvastus, Ulami hüpoteesi sõnastus jne. Erinevus on vaid selles, et mul on nendest asjadest siiski mingi ettekujutus olemas.*

dots. Serv: *Nii, selle peale oleks nüüd õige korraks pubist läbi astuda.*

John T.: *Kutsume prof. Tipu ka kaasa, siis on komplekt koos.*

Publikatsioonid

1. *J.-T. Tevet* Interpretations on some Graph Theoretical Problems. *Estonian Academy of Sciences, 1990, pp 92.*

SERRi raames avaldatud teavikud ja artiklid

2. *J.-T. Tevet* Struktuurisemiootika: struktuursuse kujutamine graafidel. *SERR, Tallinn, 1999, 127 lk.*
3. *J.-T. Teve.* Appendix to Structure Semiotics: A System of Graphs, their Characteristics and Changes. *SERR, Tallinn, 1999, pp 95.*
4. *J.-T. Tevet* Aabits graafide struktuurist, süsteemsusest ja märgilisusest. *SERR, Tallinn, 2000, 92 lk.*
5. *J.-T. Tevet, M. Lambing.* Visions about skeletions of artworks. – *Frontiers of Interstanding, Stickholm, 2000, 69-73.*
6. *J.-T. Tevet, M. Lambing.* Stockholmis eesti tekstiilikunsti mõõtmas. *"Koiliblikas", 2000, 17.*
7. *J.-T. Tevet.* Graafid ja semiootika. Graafide struktuurikäsitluse keele alused. *SERR, Tallinn, 2001, 97 lk.*
8. *Дж.-Т. Тевет* Графы структуры и структура графов. *SERR, Tallinn, 2001, 17 lk.*
9. *J.-T. Tevet.* Semiotic Testing of the Graphs. Principles, Using, Developments. *SERR, Tallinn, 2001, pp .76.*
10. *J.-T. Tevet.* Isomorphism and Reconstructions of the graphs. A Constructive Approach and Development. *SERR, Tallinn, 2002, pp. 78.*
11. *J.-T. Tevet* Ühe pürgimise ja ponnistuste kroonika. *SERR, Tallinn, 2003, 117 lk., online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2324713~S1*est
12. *J.-T. Tevet* Graphs of the Structure and Structure of the Graphs. *SERR, Tallinn, 2003, pp.76., online:* http://tallinn.ester.ee/record=b1740816~S1*est
13. *J.-T. Tevet* Graafide struktuuritöötluse heuristilised algoritmid. *SERR, Tallinn, 2004, 18 lk*
14. *J.-T. Tevet* Heuristic Algorithms for Structure Processing of the Graphs. *SERR, Tallinn, 2004, pp. 18.*
15. *J.-T. Tevet* Põgusat teavet struktuurisemiootikast. *SERR, Tallinn, 2004, 18 lk., online:* http://tallinn.ester.ee/record=b1919807~S1*est
16. *J.-T. Tevet* Struktuurisemiootika '04: Aksioomist Otsustuseni. *SERR, Tallinn, 2004, 40 lk.*
17. *J.-T. Tevet* Sümmeetria graafides. *SERR, Tallinn, 2004, 20 lk., online*: http://tallinn.ester.ee/record=b1985873~S1*est
18. *J.-T. Tevet* Klikid. kaas- ja naabergraafid: Tunnusmaatriksit lugedes. *SERR, Tallinn, 2005, 26 lk., online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2009953~S1*est
19. *J.-T. Tevet* Graafide süsteemanalüüs: Algoritm ja rakendus. *SERR, Tallinn, 2005, 94 lk.*
20. *J.-T. Tevet* 270 aastat graafe: Struktuurisemiootika vaatevinklist. *SERR, Tallinn, 2005, 35 lk.*
21. *J.-T. Tevet* Struktuurisemiootika '06: Alused, arendus ja rakendus. *SERR, Tallinn 2006, 42 lk.*
22. *J.-T. Tevet* Graafide struktuurisemiootiline käsitlus. *SERR, Tallinn, 2006, 47 lk., online: http://tallinn.ester.ee/record=b2266686~S1*est*
23. *J.-T. Tevet* Structure-semiotic approach to the graphs. *SERR, Tallinn, 2006, pp. 48., online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2161461~S1*est
24. *J.-T. Tevet* Bisümmeetrilise struktuuri semiootika. *S.E.R.R., Tallinn, 2007, 18 lk, online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2324713~S1*est
25. *J.-T. Tevet* Systematic analysis of the graphs. /võrguteavik/ *S.E.R.R., Tallinn, 2007, online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2297694~S1*est

26. *J.-T. Tevet* Valik graafide struktuure. ISBN: 9789949153763. *S.E.R.R., Tallinn, 2007, 44 lk, online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2287285~S1*est
27. *J. Martin, J.-T. Tevet* The Second Estonian Conference on Graphs and Applications. – *Baltic Horizons, No 8 (107) 5-8, December 2007.*
28. *J.-T. Tevet* 270 years graphs and 70 years graph theory. – *Baltic Horizons, No 8 (107) 9-16, December 2007.*
29. *L. Võhandu* Graphs as effective models of the world. – *Baltic Horizons, No 8 (107) 17-22, December 2007.*
30. *J. Kyppö* Creating Graph Models in Universal Chess Game. – *Baltic Horizons, No 8 (107) 23-32, December 2007.*
31. *J.-T. Tevet* Recognition the structure, symmetry and systems of graphs. – *Baltic Horizons, No 8 (107) 33-75, December 2007.*
32. *A. Dharwadker* The Clique Algorithm. – *Baltic Horizons, No 8 (107) 76-118, December 2007.*
33. *J.-T. Tevet* Constructive presentation of the graphs: a selection of examples. *S.E.R.R., Tallinn, 2008, pp. 32 lk, online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2367627~S1*est
34. *J.-T. Tevet* Mis on struktuur? ISBN: 9789949180912, *S.E.R.R., Tallinn, 2008, 32 lk, online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2417603~S1*est
35. *J.-T. Tevet* Päevamärkmeid 2003-2008. *S.E.R.R., Tallinn, 2008, 106 lk, online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2450845~S1*est
36. *A. Dharwadker, J.-T. Tevet* The Graph Isomorphism Algorithm. /võrguteavik/ ISBN: 9789949185108. *S.E.R.R., Tallinn, 2009, online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2463363~S1*est
37. *A. Dharwadker, J.-T. Tevet* The graph isomorphism algorithm. ISBN: 9789949183319. *S.E.R.R., Tallinn, pp. 34, 2009, online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2465234~S1*est
38. *J.-T. Tevet* Graafi semiootiliste invariantide müsteerium. ISBN: 9789949185108, *S.E.R.R., Tallinn, 2009, 50 lk, online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2490321~S1*est
39. *J.-T. Tevet* Kujutlus loomeprotsessist kunstis ja teaduses. *S.E.R.R., Tallinn, 2010, 14 lk, ingliskeelne variant:* www.graphs.ee
40. *J.-T. Tevet* Kes on Helen Kauksi. ISBN: 9789949189182, *S.E.R.R., Tallinn, 2010, 118 lk. online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2539991~S1*est
41. *J.-T. Tevet* Graafide varjatud külgi. ISBN 9789949213108, *S.E.R.R., Tallinn, 2010, 78 lk. online:* http://tallinn.ester.ee/record=b22614130~S1*est
42. *J.-T. Tevet* Hidden sides of the Graphs. *S.E.R.R., Tallinn, 2010, pp. 79. online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2659938~S1*est
43. *J. Martin, J.-T. Tevet* From Fundamental Problems to Applications of Graph Theory. – *Baltic Horizons, No 14 (111) 4-5, December 2010.*
44. *S. Pirzada, A. Dharwadker* Applications of Graph Theory. – *Baltic Horizons, No 14 (111) 6-17, December 2010.*
45. *L. Võhandu* Cliques of Graphs Using J-Programming Language. – *Baltic Horizons, No 14 (111) 18-22, December 2010.*
46. *A. Dharwadker* A New Proof of the Four Color Theorem. – *Baltic Horizons, No 14 (111) 23-50, December 2010.*
47. *A. Dharwadker, J.-T. Tevet,* The Graph Isomorphism Algorithm. – *Baltic Horizons, No 14 (111) 51-73, December 2010.*
48. *J.-T. Tevet* Regularities in the Graphs. – *Baltic Horizons, No 14 (111) 74-85, December 2010.*
49. *S. Pirzada* Score Sequences of Semicomplete Directed *k*-Hypergraphs. – *Baltic Horizons, No 14 (111) 86-91, December 2010.*
50. *A. Dharwadker, V. Dharwadker* Space, Time and Matter. – *Baltic Horizons, No 14 (111) 92-118, December 2010.*

51. J.-T. Tevet Semiotic 'Mystery' of Canonical Presentation, Isomorphism and Reconstructions. – *Baltic Horizons, No 14 (111) 119-147, December 2010.*

52. *J.-T. Tevet* Semiotic Modelling of the Graphs. ISBN 9789949302475, *S.E.R.R., Tallinn, 2012, pp. 80. online:* http://tallinn.ester.ee/record=b2741227~S1*est

Lõpetuseks

Graafid on ammendamatud. Selles loos graafidest juhiti tähelepanu nendes seni tähelepanuta jäänud külgedele.

Graafid avastati ja neid on korduvalt taasavastatud teid ja tsükleid puudutavate praktiliste ülesannete lahendamise käigus. See on jätnud graafiteooriale tugeva jälje ja paljudel juhtudel kitsendanud selle arenemist. Teedest ja tsüklitest ei pääsenud ka selles loos. Semiootilise mudeli elemendid, st binaarmärgid, kujutavad endast nende invariante.

Graafid kujutavad endast fundamentaalset nähtust, mis olemasoleva diskreetse matemaatika raamesse ei mahu.